



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV KONSTUOVÁNÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF MACHINE DESIGN

# REALIZACE EDUKAČNÍ ÚLOHY NA EXPERIMENTÁLNÍ STANICI PRO MODELOVÁNÍ TORZNÍCH KMITŮ

REALIZATION OF EDUCATIONAL PROBLEM BASED ON TORSIONAL VIBRATION  
APPARATUS

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. DANIEL BARTOŠEK

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

Ing. MICHAL VAVERKA, Ph.D.

BRNO 2011



Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav konstruování

Akademický rok: 2010/2011

## **ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**

student(ka): Bc. Daniel Bartošek

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Konstrukční inženýrství (2301T037)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem c.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

**Realizace edukační úlohy na experimentální stanici pro modelování torzních kmitů**

v anglickém jazyce:

**Realization of educational problem based on torsional vibration apparatus**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Cílem diplomové práce je analýza torzního kmitání na experimentální stanici pro modelování torzních kmitů a kompletní vytvoření edukační úlohy.

Cíle diplomové práce:

Diplomová práce musí obsahovat:

1. Úvod
2. Přehled současného stavu poznání
3. Formulaci řešeného problému a jeho analýzu
4. Vymezení cílu práce
5. Návrh metodického přístupu k řešení
6. Analýzu a interpretaci získaných údajů
7. Závěr

Forma diplomové práce: průvodní zpráva, poster

Typ práce: analytická

Účel práce: edukační

Seznam odborné literatury:

Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.: Fyzika, VUTIUM, 2003

Vedoucí diplomové práce: Ing. Michal Vaverka, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2010/2011.

V Brně, dne 26. 11. 2010

L.S.

---

prof. Ing. Martin Hartl, Ph.D.  
Ředitel ústavu

---

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.  
Děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Předložená diplomová práce je zaměřena na realizaci výukových úloh na experimentální stanici pro modelování torzních kmitů. Bylo navrženo a odzkoušeno šest výukových úloh, na kterých si studenti prohloubí znalosti o statických a dynamických vlastnostech rotačních soustav. Ve výuce lze na experimentální stanici využít setrvačné disky, nastavitelný polorotační tlumič a říditelnou jednotku k buzení torzního kmitání. Navíc se její variabilita zvýšila o novou sadu torzních tyčí. Studenti si vyzkouší měření dynamických charakteristik soustavy a mechanického kmitání na osciloskopu. V rámci této práce byl také vytvořen nový podstavec experimentální stanice, který splňuje všechny provozní požadavky. Výsledkem práce jsou i podklady pro výuku.

## **Klíčová slova:**

torzní kmitání, tlumení torzního kmitání, dynamické vlastnosti těles

## **ABSTRACT**

The presented master's thesis deals with realization educational tasks on torsional vibration apparatus. It was designed and tested six educational experiments, to extend student's knowledge of the static and dynamic properties of rotary systems. On the experimental apparatus it is possible to use inertial discs, adjustable semi-rotary damper with forced vibration crank drive unit. New set of shafts extends the variability of experimental apparatus. Students can realize the measurement of dynamic characteristics and torsional vibration using oscilloscope. New frame for the apparatus which meet all operation requirements was also designed. The solved problematics and all educational tasks are described in new prepared materials for teaching.

## **Key words:**

torsional vibrations, damping of torsional vibration, dynamic properties of solids

## **Bibliografická citace:**

BARTOŠEK, D. Realizace edukační úlohy na experimentální stanici pro modelování torzních kmitů. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. Vedoucí diplomové práce Ing. Michal Vaverka, PhD.

---



## **ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně za použití uvedené literatury pod vedením pana Ing. Michala Vaverky, PhD.

---

V Brně 25. května 2011

.....  
Bc. Daniel Bartošek





## PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu diplomové práce Ing. Michalu Vavrkovi, Ph.D. za jeho odborné vedení, cenné rady a připomínky.

Děkuji také mé ženě i rodičům za vytvoření studijních podmínek.

Tuto diplomovou práci věnuji své dceři.

---



**OBSAH**

<b>ÚVOD</b>	<b>13</b>
<b>1 PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ</b>	<b>14</b>
1.1 Druhy kmitání a vlnění	14
1.2 Torzní kmity a jejich aplikace	15
1.2.1 Matematický popis torzního kmitání	15
1.2.2 Aplikace torzního pohybu	15
1.3 Poruchy a nehody v důsledku torzních kmitů	16
1.4 Tlumení torzního kmitání	16
1.4.1 Tlumiče torzního kmitání	17
1.5 Snímače úhlového natočení	18
1.6 Charakteristiky dynamických vlastností	19
1.7 Lissajousovy obrazce	20
1.8 Edukační úlohy	22
1.9 Experimentální stanice pro modelování torzních kmitů	22
<b>2 FORMULACE ŘEŠENÉHO PROBLÉMU A JEHO ANALÝZA</b>	<b>25</b>
<b>3 VYMEZENÍ CÍLŮ PRÁCE</b>	<b>26</b>
<b>4 NÁVRH METODICKÉHO PŘÍSTUPU K ŘEŠENÍ</b>	<b>27</b>
4.1 Návrh výukových úloh	27
4.2 Popis experimentální stanice	28
4.3 Popis osciloskopu	31
4.4 Konstrukční úpravy aparatury	32
<b>5 ANALÝZA A INTERPRETACE ZÍSKANÝCH ÚDAJŮ</b>	<b>35</b>
5.1 Úloha 1- Měření torzní poddajnosti hřídele	35
5.1.1 Ověření realizovatelnosti úlohy	35
5.1.2 Zpracování výsledků měření	36
5.1.3 Závěr a přínos studentům	38
5.2 Úloha 2- Měření momentu setrvačnosti disku	38
5.2.1 Ověření realizovatelnosti úlohy	38
5.2.2 Zpracování výsledků měření	42
5.2.3 Závěr a přínos studentům	44
5.3 Úloha 3- Měření přechodové charakteristiky tlumené torzní soustavy	44
5.3.1 Ověření realizovatelnosti úlohy	44
5.3.2 Zpracování výsledků měření	46
5.3.3 Závěr a přínos studentům	47
5.4 Úloha 4- Měření charakteristik buzené torzní soustavy	47
5.4.1 Ověření realizovatelnosti úlohy	48
5.4.2 Zpracování výsledků měření	50
5.4.3 Závěr a přínos studentům	53
5.5 Úloha 5- Měření koeficientu tlumení tlumiče torzního kmitání	53
5.5.1 Ověření realizovatelnosti úlohy	53
5.5.2 Zpracování výsledků měření	54
5.5.3 Závěr a přínos studentům	55
5.6 Úloha 6- Zobrazení Lissajousových obrazců	55
5.6.1 Ověření realizovatelnosti úlohy	56
5.6.2 Zpracování výsledků měření	56
5.6.3 Závěr a přínos studentům	58
<b>6 ZÁVĚR, DISKUSE</b>	<b>59</b>

---



## ÚVOD

Mezi základní pohyby, hned za posuvný a otáčivý pohyb, řadíme kmitání. Pro praxi má zvládnutí kmitání velký význam, neboť i za poměrně malých vnějších zatížení o určité frekvenci může dojít k meznímu stavu porušení. Kmitání a vlnění lze dělit např. na mechanické a elektromagnetické, volné a buzené, s tlumením a bez tlumení, příčné, podélné, krouživé anebo lineární a torzní [1,2].

A právě torzní kmitání, jako jeden z druhů dynamického chování, bývá často opomíjeno. Přitom se s ním lze setkat nejen u strojů s rotačními částmi, jako např. hřídel spalovacího motoru, ale také v podobě torzních pružin či kyvadel, např. v hodinových mechanismech, anebo různých nosníků a podpor, např. u letadel a mostů.

Úspěšné navrhování strojních součástí vyžaduje osvojení řady znalostí. K tomuto účelu studentům slouží i výuková laboratoř s různými experimentálními stanicemi. Pro výuku dynamického chování rotačních soustav je na Ústavu konstruování FSI VUT v Brně experimentální stanice pro modelování torzních kmitů P1901 od firmy Cussons Technology Ltd. V současné době tato stanice není zařazena do výuky. Chybí připravené a odzkoušené úlohy s podklady pro výuku a navíc stanice vyžaduje drobné konstrukční úpravy.

Předložená diplomová práce je zaměřena nejen na kompletní přípravu výuku na této experimentální stanici, ale také na problematiku dynamického chování rotačních systémů, především torzního kmitání.

## 1 PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ

---

### 1.1 Druhy kmitání a vlnění

Kmitání je pohyb, při němž částice koná vratný pohyb kolem rovnovážné polohy. Následující rozdělení kmitání je podle [1].

Rozdělit kmitání lze podle mnoha hledisek, např. podle tlumení:

- tlumené (vnitřní tlumení je realizované vnitřním třením v materiálu, vnější tlumení je realizované pomocí tlumiče),
- netlumené (v praxi se téměř nevyskytuje).

Podle deformace tělesa:

- lineární (dochází k natahování a smršťování),
- torzní (dochází ke zkřučování, neboli k torzi).

Podle času:

- ustálené (v čase nemění svoji amplitudu ani frekvenci),
- přechodové (odezva v časovém intervalu, po ustálení nabývá nové hodnoty amplitudy a frekvence nebo se vrací do původních hodnot),
- periodické (obsahuje opakující se úsek, harmonické nebo neharmonické),
- neperiodické (náhodné, neboli stochastické).

Podle působení vnější síly:

- volné (na počátku dojde k vychýlení soustavy z rovnovážné polohy, uvolnění a soustava dále kmitá bez působení vnějších sil, kmitá vlastní frekvencí),
- nucené (kmitání je ovlivněno frekvencí a amplitudou budícího signálu).

Vlnění je přenos kmitání prostředím. Šíření vln není spojeno s přenosem látky, ale s přenosem energie. Dělení je opět provedeno podle [1].

Základní rozdělení vlnění:

- mechanické (např. vlnění na vodní hladině, vlnění struny),
- elektromagnetické (např. světlo a zvuk),
- vlnění hmoty (tzv. de Broglieho vlny, např. vlnění elementárních částic, viz [1]).

Dělení vln podle tvaru:

- podélné (částice kmitají rovnoběžně se směrem postupu vlny, např. šíření zvuku),
- příčné (částice kmitají kolmo na směr postupu vlny, např. vlny na volní hladině).

## 1.2 Torzní kmity a jejich aplikace

1.2

### 1.2.1 Matematický popis torzního kmitání [1, 3]

1.2.1

Vratný silový moment vzniklý vychýlením torzního systému z rovnovážné polohy o úhel  $\varphi$  lze matematicky vyjádřit:

$$M = -k\varphi,$$

kde  $k$  je torzní tuhost neboli tuhost ve zkrutu (závisí na délce, průměru i materiálu tyče). Tato rovnice je torzní varianta Hookova zákona.

Druhý Newtonův zákon pro rotační pohyb je:

$$M = I\ddot{\varphi}$$

Kombinací Hookova a Newtonova zákona dostaneme pohybovou rovnici v diferenciálním tvaru:

$$\begin{aligned} -k\varphi &= I\ddot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} + \frac{k}{I}\varphi &= 0 \end{aligned}$$

Pro periodu a frekvenci platí:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{I}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}$$

A pro okamžitou výchylku je řešení diferenciální rovnice ve tvaru:

$$\varphi(t) = \varphi_m \sin(\omega t + \varphi_0),$$

kde  $\varphi_0$  je počáteční fáze a  $\varphi_m$  je maximální úhlová výchylka.

V případě buzení přibude u pohybové rovnice člen na pravé straně v podobě  $F_0 \cdot \sin(\omega_b t)$  a pokud bude soustava tlumená, na levé straně přibude člen v podobě  $\frac{b}{I}\dot{\varphi}$ , kde  $b$  je koeficient tlumení.

### 1.2.2 Aplikace torzního pohybu

1.2.2

Kromě nežádoucích účinků torzních kmitů, např. na hřídeli spalovacího motoru, lze najít torzní kmitání i v aplikacích, kde se s úspěchem používá, např. u torzní pružiny. Jedná se o pružný předmět, který při zkrutu akumuluje mechanickou energii. Moment síly je pak přímo úměrný zkrutu. Torzní pružina se často vyrábí z kovového nebo pryžového drátu, pásu nebo tyče, jemnější torzní pružiny mohou být také z hedvábných, skelných nebo křemenných vláken. Mezi nejznámější aplikace torzního pohybu patří [4]:

- torzní tyče (nebo torzní stabilizátory) jsou torzní pružiny používané v nápravách automobilů jako alternativa klasickým vynutým pružinám,
- torzní kyvadlo, kde je závaží odpružené drátovou torzní pružinou, používané např. v hodinách,
- vychylování ručičky v mechanických měřicích přístrojích pro měření elektrického proudu, kde je cívka drátu spojená s ručkou otáčející se v magnetickém poli proti odporu torzní pružiny. Úhel vychýlení ručičky je přímo úměrný protékajícímu proudu,
- uvnitř čipu typu DMD u videoprojektorů je umístěno statisíce malých zrcátek na velmi malých torzních pružinách vyrobených na křemíkovém povrchu.

### 1.3 Poruchy a nehody v důsledku torzních kmitů

Torzní kmitání patří k nezanedbatelnému dynamickému namáhání, které může vést až k meznímu stavu porušení. Kmitání je ovlivněno vlastní frekvencí soustavy, tlumením a vnějším buzením. Typické poruchy podle [9] jsou:

- únavové kruhové lomy hřídelů,
- uvolňování rotorů a nábojů kol na hřídelích, omačkaná pera, třecí koroze na styku hřídelů a nábojů,
- poruchy pružných spojek a ozubených kol,
- odtržení dílů rotujících částí,
- lomy patek statorů rotačních strojů.

V energetickém průmyslu mohou nadměrné torzní kmity generátoru způsobit kolísání frekvence proudu, což může mít za následek např. blikání žárovek [9].

Mezi nejznámější nehody ve stavebním průmyslu patří rozkmitání a následné zřícení mostu v Tacoma Narrows v USA v listopadu 1940. Pád mostu způsobily torzní kmity vyvolané nárazy větru v údolí [5].

Dále např. železniční nehoda ve Studénce v srpnu 2008. Mezinárodní vlak narazil do konstrukce silničního mostu. Most byl opravován mimo železniční trať. Při zpětném zasunování železobetonové vozovky na své původní místo došlo k náhlému poklesu jednoho konce mostu a tím ke vzniku torzních kmitů v podpůrné konstrukci. Toto nečekané dynamické namáhání po chvilce vedlo ke zřícení mostu přímo na železniční trať. Zemřelo 8 lidí a dalších 70 bylo zraněno. [6].

V leteckém průmyslu se např. na Chebsku v květnu 2006 zřítilo ultralehké letadlo vlivem torzního kmitání křídla. Jeho konstrukce nebyla dostatečně tuhá a vykazoval další technické nedostatky, např. v řízení. Při dosažení kritické rychlosti došlo rozkmitání křídla a k jeho utržení. Oba piloti nepřežili [7].

Torzní kmitání lze najít v automobilním průmyslu především u hnací jednotky. Spalovací motor už svým principem nerovnoměrného chodu dává vzniknout torzním kmitům. Torzní kmitání se přenáší do hnacího systému a je příčinou vzniku hluků, jako rachot převodovky, dunění, rezonance karoserie, ale způsobuje také kolísání výkonu. V mezním stavu torzní kmity způsobují lomy hřídelů převodovek a praskání ozubených soukolí náhonu příslušenství a rozvodu. Výkmit konců hřídele může dosahovat až 4°. Čím je hřídel delší, anebo má větší zdvih, tím jsou torzní kmity výraznější a je nutné použít tlumiče torzních kmitů, který se umísťuje na konec hřídele. Dobře fungující tlumič torzních kmitů toto kmitání téměř zcela absorbuje (účinnost 97%) [8].

### 1.4 Tlumení torzního kmitání

Při konstrukci strojů je potřeba znát jejich základní dynamické vlastnosti a umět snižovat nežádoucí kmitání. Pokud nejde vnější buzení zcela eliminovat, volí se vhodný typ tlumení, což vede ke snížení provozních nákladů. Při výpočtech torzního kmitání je nutno přihlížet k energetickým ztrátám, které vznikají nejen třením, ale i hysterezí materiálu. [9,10].

Tlumení torzních kmitů lze realizovat [10]:

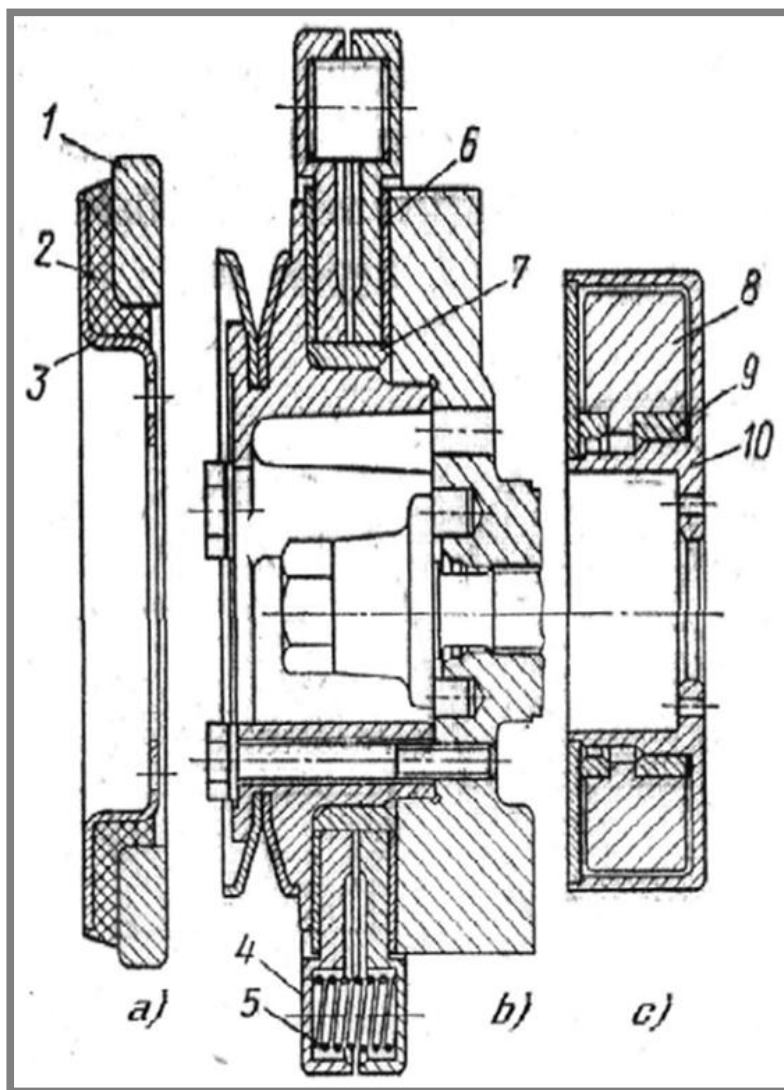
- zvýšením vnějšího tlumení (použitím tlumiče kmitání),
- zvýšením tuhosti rotoru.



### 1.4.1 Tlumiče torzního kmitání

Princip torzního tlumiče spočívá v odběru části kinetické energie z kmitající soustavy a její přeměnou na teplo. Rozlišujeme tři základní konstrukční provedení tlumičů torzních kmitů [11]:

- s vnitřním třením v pružných materiálech (tzv. pryžové tlumiče),
- se suchým třením (třecí tlumiče),
- s kapalinovým třením (viskózní tlumiče; tento typ je součástí experimentální stanice ve výukové laboratoři Ústavu konstruování).



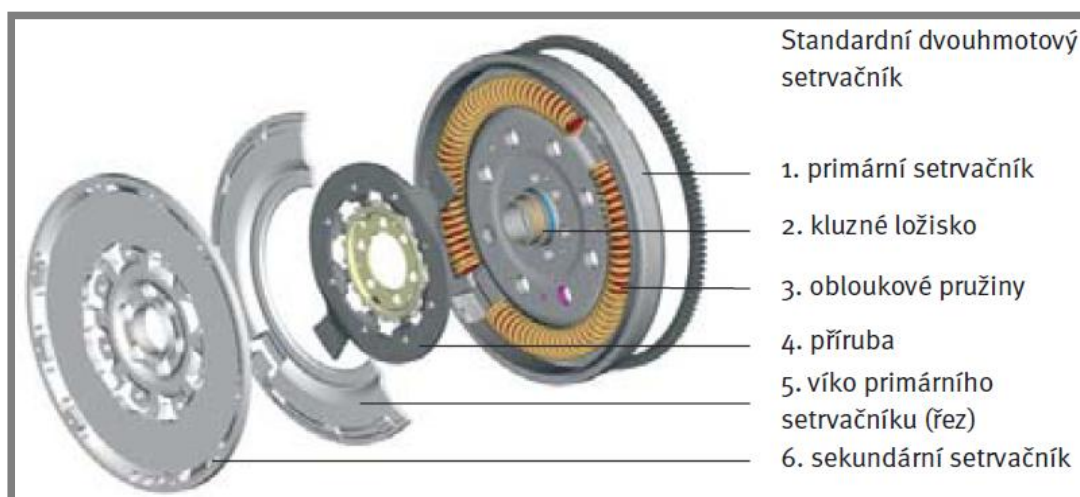
Obr. 1 Tlumiče torzního kmitání [11]

Na obr. 1 a) je zobrazen nejjednodušší tlumič torzních kmitů skládající se ze setrvačné hmoty 1, která je spojena s unášecem 3 s navulkanizovanou pryží 2. Při pružné deformaci pryže 2 se v důsledku vnitřního tření spotřebovává část energie vzbuzující torzní kmity, což má za následek snížení amplitudy kmitání. Nevýhoda tohoto tlumiče spočívá v nestabilních vlastnostech pryže- tuhost i velikost vnitřního tření je závislé na teplotě a velikosti deformace (vzrůstající teplota snižuje vnitřní tření i tuhost). Tlumicí koeficient těchto tlumičů je navíc závislý na uhlové rychlosti. Výhoda těchto tlumičů v podobě hřídelových spojek je možnost dovolit určitou nesouosost obou hřídelů a vzájemný osový posuv [9,11, 12,13].

Další typ tlumiče torzních kmitů využívající princip suchého tření je vyobrazen na obr. 1 b). Historie používání tohoto typu tlumiče sahá již k počátku století, kdy byl používán pro dlouhé klikové hřídele řadových motorů. Jeho konstrukce se skládá ze setrvačné hmoty 4, již tvoří dvojice disků otočně uložených na pouzdru 7, které jsou rozepínány pružinami 5 a přitlačovány k třecímu obložení 6. Princip funkce tlumiče je obdobný jako u předchozího typu, pouze vnitřní tření je zde realizováno třením kmitajících hmot o obložení [11].

Posledním typem tlumiče torzních kmitů je tlumič hydraulický obr 1. c). Uložení setrvačné hmoty 8 je provedeno pomocí bronzového pouzdra 9. Těleso tlumiče 10 je hermeticky uzavřené a jeho objem je vyplněn kapalinou. Při pohybu setrvačné hmoty se energie budících kmitů odebírána v důsledku vnitřního tření v kapalině. Jako kapalina je zde používán silikonový olej, vyznačující se velkou viskozitou a malou změnou viskozity v závislosti na rozdílné teplotě [11].

Dalším typem tlumiče torzních kmitů je dvouhmotový setrvačnick. Vznikl v 80. letech minulého století. Dnešní typy těchto tlumičů vychází z potřeb výkonných automobilů. Základní princip dvou-hmotového setrvačnicku spočívá v pružinovém oddělení setrvačných hmot. Sekundární setrvačnick, související se vstupní hřídelí převodovky, navyšuje navíc její hmotnost a posouvá tak rezonanční pásmo, ležící u obvyklých torzních tlumičů v rozmezí otáček 1200 až 2400 min<sup>-1</sup>, do oblasti nižších otáček. Tím je dosaženo již od volnoběžných otáček vynikajícího oddělení nerovnoměrnosti otáček motoru od dalších částí hnacího systému [12].



Obr. 2 Dvou-hmotový setrvačnick [12]

## 1.5 Snímače úhlového natočení

V navržených experimentech na modelování torzních kmitů je pro přesné určení amplitudy a periody kmitání zapotřebí zpětná vazba. Ta je realizovaná kontaktním snímačem úhlového natočení přiloženým přímo na přírubu kmitajícího disku. Snímač převede úhlovou výchylku na elektrické napětí. Jedna otáčka disku odpovídá 18ti V na výstupu snímače. Takto získané napětí lze snadno zobrazit na osciloskopu v závislosti na čase. Obecně se k měření polohy používají snímače, které na základě různých fyzikálních principů určují okamžitou vzdálenost nebo úhel jednotlivých mechanismů.

Dělení podle výstupního signálu [14]:

- analogové (výstupní veličina je úměrná vstupní měřené veličině a je vyjádřena např. změnou proudu, napětí, odporu, indukčnosti, kapacity apod.),
- digitální (výstupní veličina je vyjádřena číslem),

Dělení podle způsobu odměřování [14]:

- absolutní (údaj o měřené poloze je vyjádřen přímo hodnotou výstupního signálu, např. napětím),
- přírůstkové (výstupní údaj o poloze je obvykle vyjádřen počtem pulzů).

A dělení podle způsobu měření:

- dotykové,
- bezdotykové.

Základní provedení snímačů úhlového natočení je analogové a digitální. Mezi analogové snímače polohy a úhlu patří [14]:

- odporové (nejjednodušší typ snímače, el. odpor potenciometru se mění v závislosti na mechanickém natočení),
- indukční (mnoho typů a široké uplatnění, převádí mechanický pohyb na vzájemnou indukčnost cívek),
- kapacitní (celkově malé rozměry, přesné měření, využívají principu přesného deskového nebo válcového kondenzátoru),
- laserové interferometry (nejpřesnější snímače, využívají interference světelných vln).

Digitální snímače mají díky výpočetní technice čím dál větší uplatnění. Radíme mezi ně [14]:

- inkrementální snímače polohy (mají větší rozměry, princip využívá clonění světelného toku kotoučem s ryskami),
- absolutní snímače polohy (umožňují určit polohu ihned po připojení i bez nutnosti předchozího pootočení, princip podobný jako u předchozího snímače, ale rysky mají složitější kódovanou strukturu).

Použití snímačů úhlového natočení je v praxi široké. Používají se mj. u natáčení solárních panelů a ke sledování rotorů větrných elektráren, pro určování přesné polohy různých klapek regulátorů, k nastavení polohy lodního kormidla, k polohování jeřábů, atd. [15].

## 1.6 Charakteristiky dynamických vlastností

1.6

Frekvenční charakteristika je grafem frekvenčního přenosu popisující závislost poměru výstupní amplitudy na vstupní amplitudě a jejich fázový posun v závislosti na frekvenci. Dělí se na amplitudovou (dříve amplitudo-frekvenční) a na fázovou (dříve fázo-frekvenční) charakteristiku. Slouží pro popis frekvenčních filtrů, zesilovačů, snímačů aj. Dávají informace o časových konstantách v obvodu v přechodových dějích, činiteli jakosti rezonančního obvodu apod. Frekvenční charakteristiky se nejčastěji zobrazují komplexní rovině, v logaritmických nebo polárních souřadnicích [1,16].

Moment setrvačnosti je fyzikální veličina (označení  $I$ , někdy  $J$ ), která vyjadřuje míru setrvačnosti tělesa při otáčivém pohybu. Její velikost závisí na rozložení hmoty v tělese vzhledem k ose otáčení.

$$I = \int r^2 dm [kg \cdot m^2]$$

Moment setrvačnosti určený k ose otáčení se označuje jako kvadratický. Určujeme-li moment setrvačnosti k bodu, nazývá se polární moment setrvačnosti a určujeme-li moment setrvačnosti k rovině, jde o plošný moment setrvačnosti.

Neprochází-li osa otáčení těžištěm, využívá se tzv. Steinerova věta. Výsledný moment setrvačnosti se určí jako součet momentu setrvačnosti vzhledem k rovnoběžné ose procházející těžištěm a součinu hmotnost a čtverce vzdálenosti od těžiště [1].

Moment setrvačnosti slouží při výpočtech velikosti sil potřebných k otáčení tělesa kolem dané osy.

Při zjišťování momentu setrvačnosti tělesa se používá několik různých metod a jejich volba závisí na tvaru a velikosti tělesa. Často se používá principu superpozice a Steinerova věta. Mezi experimentální metody patří metoda využívající kývání, zrychlení (odvalování) a torzní kmitání.

Torzní tuhost (neboli tuhost ve zkrutu, ozn.  $k$ ) je konstanta úměrnosti mezi aplikovaným momentem a úhlovým natočením. Její velikost závisí na délce a průměru tyče a na materiálu.

$$k = \frac{M}{\varphi} [N \cdot m \cdot rad^{-1}]$$

Experimentální měření se provádí aplikací momentu sil a odečtením úhlové výchylky.

K analýze přechodových dějů systému se používá impulsní a přechodová charakteristika. Impulsní charakteristika je reakce na Diracův impuls. Přechodová charakteristika je reakce na Heavisideovův jednotkový skok. Pomocí těchto charakteristik lze snadno určit stabilitu systému, reakci na tlumení apod.

## 1.7 Lissajousovy obrazce

V navržených výukových úlohách se studenti seznámí s měřením fáze, amplitudy a kmitočtu dvou torzních kmitání pomocí Lissajousových obrazců zobrazených na osciloskopu. Dále je ukázán princip vzniku a závislost tvaru obrazce na změně fáze obou kmitání.

Lissajousovy obrazce jsou graficky zajímavé křivky, které vznikají skládáním navzájem kolmých harmonických kmitů. Název dostaly po francouzském fyzikovi Jules-Antoinne Lissajousovi, který žil v 19. století. Tyto křivky jsou popsány následujícími matematickými rovnicemi, kde  $x$  a  $y$  jsou aktuální amplitudy kmitání [17]:

$$\begin{aligned} x &= A_1 \sin(\omega_1 t) \\ y &= A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi) \end{aligned}$$

Tvar křivek závisí na poměru úhlových frekvencí a na fázovém posunu. Velikosti amplitud ovlivňují rozšiřování nebo zužování obrazce podél dané osy. Lissajousova křivka je uzavřená, pokud je frekvenční poměr racionálním číslem. Je-li tento poměr iracionální, je křivka otevřená. Skládáme-li dvě kmitání, obrazec bude rovinný, v případě tří navzájem kolmých kmitání získáme trojrozměrnou křivku.

Lissajousovy obrazce lze lehce programovat na počítači, zobrazovat na osciloskopu v režimu XY, kdy amplituda kmitání není zobrazena v závislosti na čase, ale jedna amplituda je na ose  $x$  a druhá na ose  $y$ . Další možností zobrazení Lissajousových obrazců může být pomocí Blackburnova kyvadla. Jde o mechanické kyvadlo složené ze závěsu ve tvaru Y a na konci bývá nádoba se sypkou látkou, která vykresluje obrazce. Periody kmitání, resp. tvar obrazců lze měnit poměrem délek závěsu kyvadla [25].

Lissajousovy obrazce lze využít pro určení neznámé frekvence kmitů. Stačí neznámé kmity složit kolmo s kmity o známé frekvenci. Lze je úspěšně použít při práci s fázovými posuny. V dnešní době mají široké spektrum uplatnění. Při použití vhodných převodníků se s Lissajousovými obrazci setkáme nejen v mechanice, ale také v elektromagnetismu nebo optice při studiu polarizace světla [17]. Avšak praktické využití je spíše v laboratořích, protože pro normální měření jsou tyto metody zbytečně přesné a komplikované, navíc existují levnější, ale méně přesné alternativy. Například bylo ukázáno, jak lze pomocí Lissajousových křivek zpřesnit stanovení koncentrace kyslíku v krvi [17].

Příklady Lissajousových obrazců pro kmitání se stejnou amplitudou, ale různým frekvenčním poměrem a fázovým posunem jsou vidět na obr. 3.

Poměr frekvencí	Fázové posunutí				
	0°	45°	90°	135°	180°
1:1					
1:2					
1:3					
2:3					
3:4					
3:5					

Obr. 3 Příklady Lissajousových obrazců [18]



## 1.8 Edukační úlohy

Edukační, neboli výukové úlohy obsažené v této diplomové práci vychází ze zásad problémově a projektově orientované výuky a z experimentální výuky. Jedná se o nové vyučovací metody, které se převážně využívají v zahraničí.

PBL [19]:

- problem based learning (problémově orientovaná výuka; problémové učení),
- vzdělávání vychází a řeší konkrétní problémové situace,
- výuka více odpovídá reálné potřebě vzdělávání v praxi,
- důraz je kladen na nové a mezioborové znalosti,
- výuka podněcuje studenty k uvažování, hledání a zkoumání,
- pedagog plní funkci koordinátora.

PjBL [19]:

- project based learning (projektově orientovaná výuka; projektové učení),
- studenti formou projektu řeší konkrétní reálné problémy,
- důraz kladen na spolupráci a odpovědnost,
- obvykle dlouhodobější charakter práce,
- zaměřeno na výstupní část (např. prezentace nebo výrobek),
- pedagog plní funkci koordinátora.

EE [19]:

- experimental education (experimentální výuka),
- základní výukový nástroj je experiment,
- studenti se prakticky seznamují s danou problematikou,
- interaktivní přístup.

## 1.9 Experimentální stanice pro modelování torzních kmitů

Studium torzních systémů je na Ústavu konstruování FSI VUT v Brně realizované ve výukové laboratoři na experimentální stanici P1901 od firmy Cussons Technology Ltd. Výrobou výukových stanic se dále zabývá např. GUNT, TecQuipment, 3B Scientific, ECP Systems atd.

Stanice pro studium torzních soustav lze dělit podle pracovní polohy osy rotace na horizontální, vertikální a kombinované. Jiné dělení může být podle funkcí na prosté, pokročilé a universální.

Na jednodušších stanicích (obr. 4) bývají obvykle jen zkoumány torzní charakteristiky drátů a tyčí různých materiálů, jako např. torzní tuhost a modul pružnosti ve smyku. Torzní kmitání bývá omezeno jen na vlastní netlumené kmitání s vetknutým jedním koncem hřídele. U složitějších stanic (obr. 6) bývá možnost připojit tlumič kmitání, zvýšit počet rotujících setrvačných disků a k buzení soustavy bývá použita regulovatelná hnací jednotka. Pro zobrazení výstupu bývá použit osciloskop nebo počítač. Stanice s vertikální osou rotace (obr. 5) jsou obvykle jednodušší konstrukce. Komplexní řešení pro studium statického a dynamického chování torzních soustav nabízí stanice s kombinovanou pracovní polohou osy rotace (obr. 7). Tyto kompaktní a universální pracoviště obvykle umožňují snadné rozšiřování o potřebné měřicí moduly a také mohou disponovat úložným prostorem, což zpřehledňuje pracovní prostředí.



Obr. 4 Prostá horizontální stanice od firmy 3B Scientific [21]



Obr. 5 Prostá vertikální stanice od firmy ECP Systems [22]



**Obr. 6** Pokročilá horizontální stanice TM140 od firmy GUNT [23]



**Obr. 7** Universální stanice TM16 od firmy TecQuipment [24]



## 2 FORMULACE ŘEŠENÉHO PROBLÉMU A JEHO ANALÝZA

2

---

V rámci studia na FSI VUT v Brně je potřeba studenty prakticky seznámit s dynamickým chováním těles a soustav. Na Ústavu konstruování je výuková laboratoř s experimentální stanicí pro modelování torzních kmitů P1901 od britské firmy Cussons Technology Ltd. V současné době k této stanici nejsou vytvořeny žádné výukové úlohy, na kterých by si studenti mohli ověřit a vyzkoušet setrvačné vlastnosti rotační soustavy a měřit torzní kmity na osciloskopu.

Formou problémově orientované výuky je potřeba na konkrétních úlohách studenty seznámit s měřením torzní tuhosti hřídele, modulu pružnosti ve smyku, vlastní frekvenci soustavy, momentu setrvačnosti disků a tlumených i netlumených torzních kmitů. Na reálných naměřených datech si vyzkouší zpracování a zobrazení dynamických vlastností rotačního systému, jako např. přechodová charakteristika, fázový diagram nebo Lissajousovy obrazce.

Tato stanice vyžaduje drobné konstrukční úpravy, jako např. propojit osciloskop s měřicím řetězcem, zkonstruovat stabilní podstavec, který bude umožňovat snadné vyměňování stojanů se sklíčovými a při manipulaci s celou aparaturou nebude škrábat desku stolu. Dále je vhodné k dosavadní jedné torzní tyči, přidat další tyče s menším a větším průměrem. Studentům se díky tomu zvětší rozsah volby torzní tuhosti hřídele a tím celé soustavy.

### 3 VYMEZENÍ CÍLŮ PRÁCE

Hlavní cíl této diplomové práce je kompletní příprava výuky na experimentální stanice pro modelování torzních kmitů P1901 od britské firmy Cussons Technology Ltd. umístěné ve výukové laboratoři Ústavu konstruování na FSI VUT v Brně.

Navržené výukové úlohy mají zajímavým způsobem studenty prakticky seznámit s modelováním a měřením dynamických vlastností soustavy. Úlohy jsou především určeny pro studenty bakalářského studia v předmětu Konstruování strojů - strojní součásti (5KS), kde navržené experimenty utvrdí studentům základní znalosti o setrvačných vlastnostech rotačních soustav, především dynamické namáhání hřídelů. Úlohy budou také určeny studentům navazujícího magisterského studia v předmětu Elektronika a měření (ZEM), kde si mohou prakticky vyzkoušet modelování dynamického chování rotační soustavy a měření torzních kmitů na digitálním osciloskopu TDS1002 od firmy Tektronix prostřednictvím elektronických snímačů úhlového natočení.

Dílčí cíle lze rozdělit na dvě části. První část se zabývá prací s aparaturou a druhá část je zaměřena na sadu výukových úloh:

- zprovoznění aparatury P1901 od britské firmy Cussons technology Ltd.,
- realizování konstrukčních úprav stanice,
- propojení osciloskopu se snímači úhlového natočení,
- rozšíření sady torzních tyčí,
  
- navržení výukových úloh pro studenty formou řešení problému,
- ověření proveditelnosti experimentů,
- vytvoření podkladů pro výuku (zadání úloh, výuková prezentace, poster).

## 4 NÁVRH METODICKÉHO PŘÍSTUPU K ŘEŠENÍ

4

Výukové úlohy pro studium dynamického a statického chování torzního systému jsou řešeny na Experimentální stanici pro modelování torzních kmitů P1901 Cussons Technology Ltd., která se nachází ve výukové laboratoři Ústavu konstruování FSI VUT v Brně.

### 4.1 Návrh výukových úloh

4.1

V diplomové práci je vzhledem k variabilitě nastavení experimentální stanice převážná část možných měření, avšak studentům stále zůstává možnost získávat další výsledky změnou konfigurace soustavy, tzn. měnit torzní tyče a jejich délku upnutí, používat různou kombinaci setrvačných disků, nastavit tlumič torzních kmitů na jinou hodnotu tlumení, měnit frekvenci nebo fázový posun budícího kmitání, měřit při různé hmotnosti závaží, atd.

Pro výukové potřeby a dle světových trendů ve výuce bylo navrženo šest úloh. Podrobný popis každé úlohy je v kapitole 5, kde je pro lepší srozumitelnost pod tabulkou vypočítaných hodnot uvedený ilustrativní výpočet. Úlohy 1 až 4 jsou hlavní a úlohy 5 a 6 jsou doplňkové:

1. Měření torzní poddajnosti hřídele
2. Měření momentu setrvačnosti disku
3. Měření přechodové charakteristiky tlumené torzní soustavy
4. Měření charakteristik buzení torzní soustavy
5. Měření koeficientu tlumení tlumiče torzního kmitání
6. Zobrazení Lissajousových obrazců

První úloha se zabývá měřením základní veličinou torzního kmitání a to je torzní poddajnost, resp. tuhost hřídele. V druhé úloze je navrženo sdružení úloh zabývajících se určením momentu setrvačnosti disku a jejich doplnění o metodu vlastních kmitů a výpočetní metodu. Tím je dosažena celistvost úlohy a navíc zjištěné výsledky jednotlivých měření lze snadno mezi sebou porovnávat. Třetí úloha slouží k naměření přechodové charakteristiky tlumené torzní soustavy. Tlumení torzního tlumiče lze nastavit na minimum a tím se lze přiblížit k modelování netlumené torzní soustavy. Ve čtvrté úloze se využívá elektronické jednotky k buzení torzního kmitání. Naměřená amplitudová a fázová charakteristika patří k základním popisům dynamického systému v oblasti kolem rezonance. Studenti se zde prakticky seznámí s důležitostmi tlumení u rotačních systémů. Dále jsou navrženy dvě doplňkové úlohy. Jedna se zabývá měřením koeficientu tlumení viskózního tlumiče torzních kmitů. Studenti naměřenou charakteristiku využijí při modelování torzního kmitání v ostatních úlohách. Druhá vedlejší úloha názorně ukazuje princip vzniku Lissajousových obrazců pomocí budící jednotky s volitelným rozdílem fází obou kmitání.

Jednotlivé navrhované úlohy jsou řazeny podle pořadí použití naměřených hodnot, např. v úloze č. 3 se použijí hodnoty výsledků z úloh č. 1 a 2, apod. Pouze doplňkové úlohy č. 5 a 6 lze provádět samostatně. Z časových důvodů mohou být některé úlohy přeskočeny a převzaty pouze výsledné hodnoty jednotlivých úloh uvedené v kapitole 5. Pro úlohy s použitím torzního tlumiče je nezbytné použít graf, který je výstupem úlohy č. 5 a je uveden v kapitole 5.5.2. Vedoucí cvičení může modifikovat zadání dle potřeby výuky a může rozhodnout o rozsahu poskytnutých informací.

Každá úloha je členěna podle následující struktury:

- ověření realizovatelnosti úlohy
- zpracování výsledků měření
- závěr a přínos studentům

Při návrhu úloh bylo přihlédnuto k experimentům, které doporučuje výrobce stanice [20]:

1. Měření torzní tuhosti hřídele
2. Měření charakteristiky snímače úhlového natočení
3. Určení momentu setrvačnosti disku ze zrychlení
4. Určení momentu setrvačnosti disku kýváním
5. Měření netlumeného torzního kmitání s jedním diskem
6. Měření charakteristiky tlumiče torzních kmitů
7. Měření přechodové charakteristiky tlumené soustavy
8. Měření harmonické odezvy buzené tlumené soustavy
9. Měření dvourotorové soustavy
10. Měření vícerotorové soustavy

Vícerotorové soustavy (úloha 9 a 10) lze modelovat pouze s přídatnou lineární budící jednotkou, která není součástí této stanice.

---

## 4.2 Popis experimentální stanice

Experimentální stanice (obr. 8) se skládá z nosných a měřených částí, z přístrojového vybavení a z pomocných součástí.

Nosná část stanice obsahuje lože (1), které je kvůli vibracím umístěné pomocí silentbloků na podstavci (2). Na lože lze připevnit různý počet stojanů se sklíčidly (3). Stojany lze připevnit v různých místech a tím nastavovat délku upnutí hřídele- torzní tyče (4).

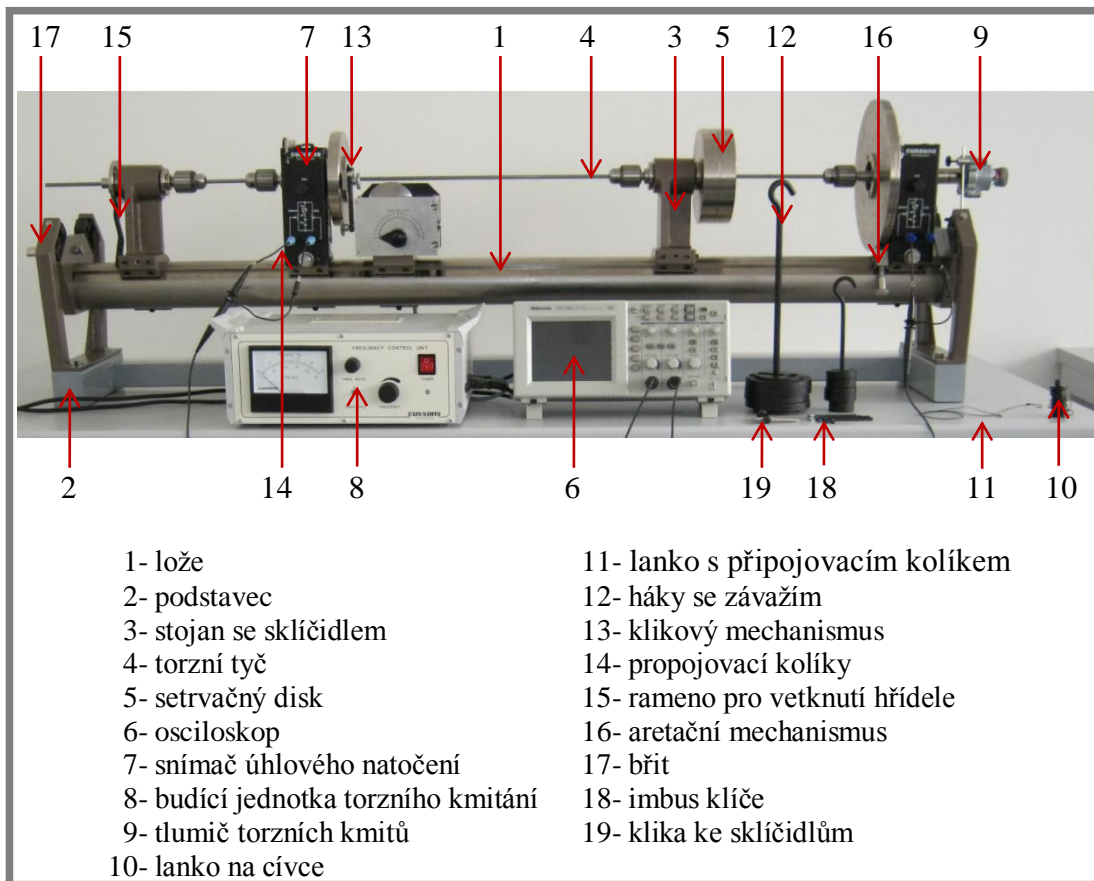
Dále stanice obsahuje měřené části a to především setrvačné disky (5), které lze pomocí šroubů propojit navzájem do větších celků a získat tím setrvačný disk s momentem setrvačnosti až  $I=0,071 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . Do měřených částí stanice patří tři torzní tyče (4).

Mezi přístrojové vybavení stanice patří dvoukanálový digitální osciloskop typ TDS1002 od firmy Tektronix (6), dva speciálně vyvinuté elektronické snímače úhlového natočení s vlastní korekcí měřené veličiny (7), zpětnovazební hnací jednotka s převodovkou pro buzení torzního kmitání s možností regulace v rozsahu 0 až 10 Hz od firmy Cussons Technology Ltd. (8). Dále nastavitelný polorotační kapalinový tlumič torzního kmitání od firmy Kinetrol Ltd. (9).

Stanice obsahuje řadu pomocných součástí a nářadí, jako např. cívka s lankem (10), lanko s připojovacím kolíkem (11), dva háky se závažím- lehčí a těžší varianta (12), ložiskové klikové mechanismy pro převod kruhového pohybu na reciproký pohyb (13), dva páry propojovacích kolíků (tzv. banánků) s oky k propojení osciloskopu se snímačem úhlového natočení (14), rameno pro zabránění rotace vřetena- pro vetknutý konec hřídele (15), aretační mechanismus pro zabránění pohybu největšího disku (16), břit umístěný na levém okraji stanice (17).

Mezi potřebné nářadí k sestavování stanice pro jednotlivé úlohy patří imbus klíče (18), plochý šroubovák, svinovací metr, posuvné měřidlo a klika ke sklíčidlům, tzv. ježek (19).

Podrobné technické parametry jednotlivých částí jsou přehledně uvedeny v tab. 1.



**Obr. 8** Součásti experimentální stanice pro modelování torzních kmitů

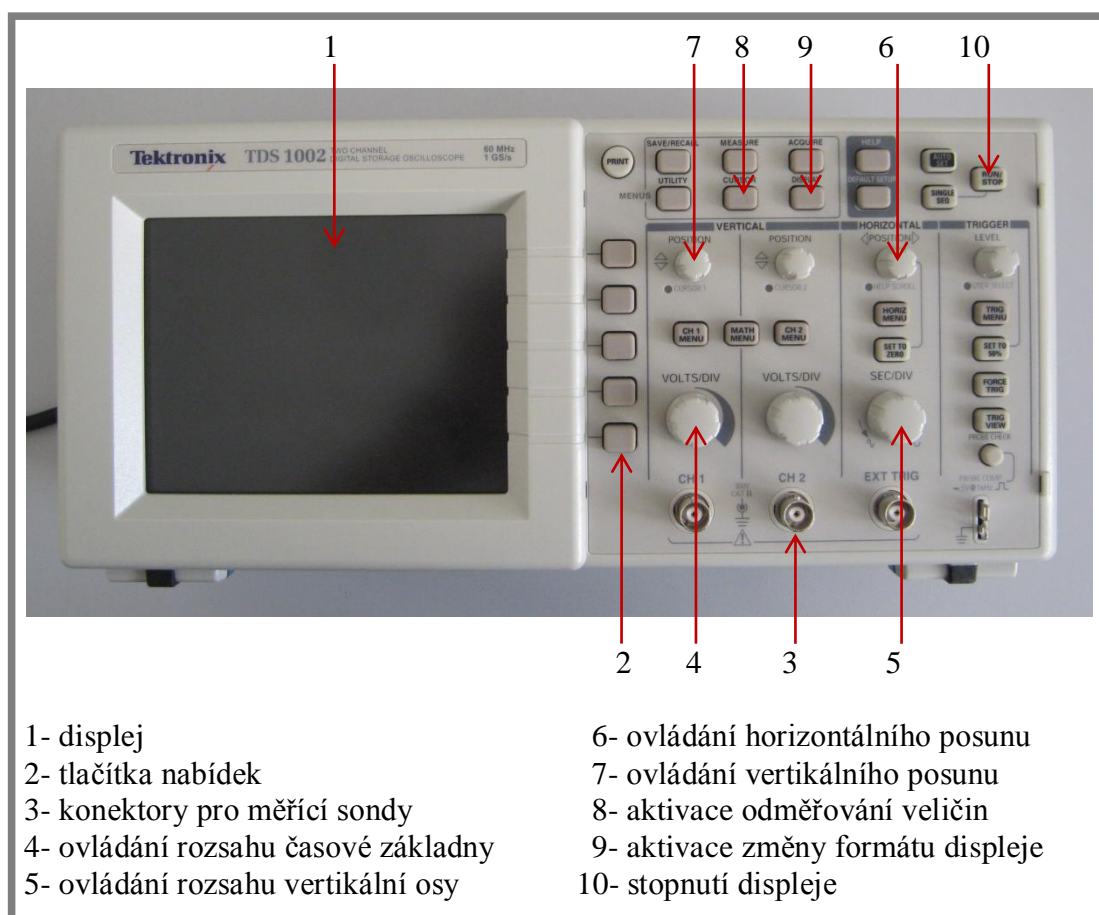
Možnosti modelování torzních kmitů jsou omezeny na délku hřídele maximálně 1,4 m s průměrem 4 mm až 8 mm. K dispozici jsou čtyři stojany se sklíčidly pro upevnění setrvačných disků- možno sestavit soustavu s čtyřmi rotory. Kmitání lze modelovat jako netlumené nebo tlumené s použitím nastavitelného tlumiče torzního kmitání s koeficientem tlumení 0,1 až 1,4 Nm/(rad/s). Torzní kmity lze vyvolat manuálně přímo pohybem setrvačného disku nebo za pomoci budicí jednotky v rozsahu 0 Hz až 10 Hz. Pomocí elektronických snímačů úhlového natočení lze amplitudy a frekvence kmitání disků zobrazit na digitálním osciloskopu Tektronix TDS1002, kde lze přímo na displeji odečítat naměřené hodnoty. Bohaté příslušenství umožňuje měřit momenty setrvačnosti disků různými metodami, jako např. metodou ze zrychlení, kýváním nebo z vlastního torzního netlumeného kmitání. Součástí budicí jednotky je převodovka s dvěma výstupy a s nastavitelným fázovým posunem. Díky tomuto lze efektivně a názorně předvést vznik Lissajousových obrazců.

**Tab. 1** Technické parametry jednotlivých částí experimentální stanice

	Název	Specifikace	Číslo pozice
Nosné části	lože		1
	podstavec		2
	stojany se sklíčidly	- jeden stojan s aretací a nástavcem pro upevnění tlumiče nebo cívky s lankem - tři stojany v levém a pravém provedení	3
Měřené části	torzní tyče	- průměr 4 mm, 6,25 mm a 8 mm; - délka 1400 mm - konstrukční ocel třídy 11	4
	setrvačné disky	- jeden disk Ø240x15 mm, $I=0,037 \text{ kgm}^2$ , $m=5 \text{ kg}$ , se stupnicí v radiánech a možností aretace - dva disky Ø150x25,2 mm, $I=0,010 \text{ kgm}^2$ , $m=3,1 \text{ kg}$ - dva disky Ø150x18,2 mm, $I=0,007 \text{ kgm}^2$ , $m=2,2 \text{ kg}$ - vnitřní Ø 47 mm	5
Přístrojové vybavení	osciloskop	- typ TDS 1002 od firmy Tektronix - digitální dvoukanálový	6
	snímače úhlového natočení	- napájení 18 V (baterie 2x9 V) - 1 otáčka (360°) = 18 V	7
	budicí jednotka torzního kmitání	- typ P1901/172 od firmy Cussons Technology Ltd. - rozsah buzení 0 až 10 Hz - přesnost $\pm 2\%$ , stabilita 1%	8
	tlumič torzních kmitů	- typ KD od firmy Kinetrol Ltd. - polorotační kapalinový - tlumení 0,1 až 1,4 Nm/(rad/s)	9
Pomocné součásti	lanko na cívce	- průměr cívky 19 mm	10
	lanko s kolíkem		11
	háky se závažím	- dva háky (500 g a 200 g) - závaží 3x100 g; 1x200 g; 7x500 g a 1x1000 g	12
	klikový mechanismus	- dva kusy	13
	propojovací kolíky pro snímače úhlového natočení	- dva páry	14
	rameno pro vetknutí hřídele		15
	aretační mechanismus		16
	břit		17
	imbus klíče		18
	klika ke sklíčidlům		19

### 4.3 Popis osciloskopu

Součástí stanice je digitální dvoukanálový osciloskop Tektronix TDS1002 (obr. 9). Slouží k přehlednému zobrazení průběhů kmitání jak v klasické podobě amplituda vs. čas, tak i v podobě amplituda vs. amplituda (režim XY pro zobrazení Lissajousových obrazců). Osciloskop dále slouží k rychlému a přesnému odečítání měřených veličin přímo na displeji. Osciloskop nemá žádný výstupní port (USB, sériový port RS232 apod.), přídatný komunikační modul TDS2CMA se již neprodává a proto jeho propojení s počítačem nebo tiskárnou nelze realizovat. V případě potřeby zaznamenat průběh v digitální podobě je navrženo použít fotoaparát, což se nakonec ukázalo jako nedostačující [25].



Obr. 9 Osciloskop Tektronix TDS1002

Osciloskop se skládá z displeje (1) a ovládací části. Pro zjednodušení jsou popsány pouze ovládací prvky, které se používají v navržených úlohách. Tlačítka (2) slouží k volbě aktuálně nabízených funkcí. Sondy pro měření se připojí do konektoru (3) pod označením CH1 a CH2 (dvoukanálový osciloskop). Ke změně rozsahu zobrazování slouží tlačítka (4) a (5). K posunu signálu na displeji slouží tlačítka (6) a (7). Tlačítkem (8) lze aktivovat funkci odměřování veličin přímo na displeji. Tlačítkem (9) se přepíná formát zobrazování displeje. Tlačítko (10) slouží k zastavení displeje, tzv. zmrazení.



#### 4.4 Konstrukční úpravy aparatury

4.4

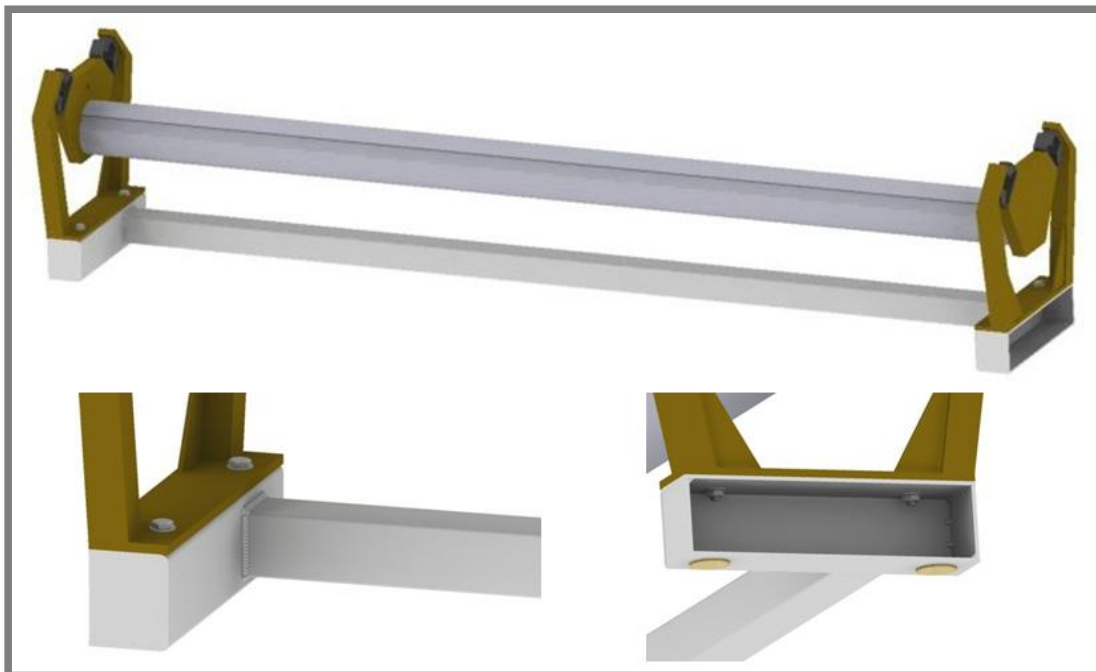
Při zprovoznování stanice bylo objeveno pět nedostatků. Stávající podstavec byl zcela nedostatečný, chybělo propojení osciloskopu se snímači úhlového natočení, v příslušenství stanice byla jen jedna torzní tyč a také bylo nutné na celé stanici utáhnout všechny šroubové spoje a doplnit pružinové podložky.

Byl navržen zcela nový podstavec (obr. 11), který vyrobili v dílnách Ústavu konstruování podle výrobního výkresu, který je součástí přílohy. Jedná se o svařenou konstrukci z profilů 40x40x3 a boční díly z 60x60x3. Středová spojnice konstrukce je posunutá k zadnímu okraji, což umožňuje pohodlný přístup k šroubu připevňující stojan se sklíčidlem. Aparatura je k podstavci připevněna čtyřmi šrouby M8 a kvůli dynamickému namáhání jsou pod matice umístěny pérové podložky (obr. 12). Během experimentů využívající závaží je nutné celou stanici posunout k okraji stolu. Aby nedocházelo ke škrábání desky stolu, dosedová část podstavce je opatřena měkkými filcovými podložkami (obr. 13). Celý podstavec je chráněn proti korozi nátěrem v šedé barvě. Nový podstavec zvýšil stabilitu aparatury, což uživatel ocenil hlavně při experimentech s rezonancí soustavy.

Dále bylo nutné propojit snímače úhlového natočení s osciloskopem a tím uzavřít měřicí řetězec. Byly navrženy a zrealizovány elektrické propojovací kolíky s očkem (obr. 15). Kolíky se pohodlně zasunou do výstupu ze snímače a do oka drátu se připojí sonda osciloskopu. Byly zhotoveny celkem dva páry těchto propojovacích kolíků- pro každý snímač jeden pár.

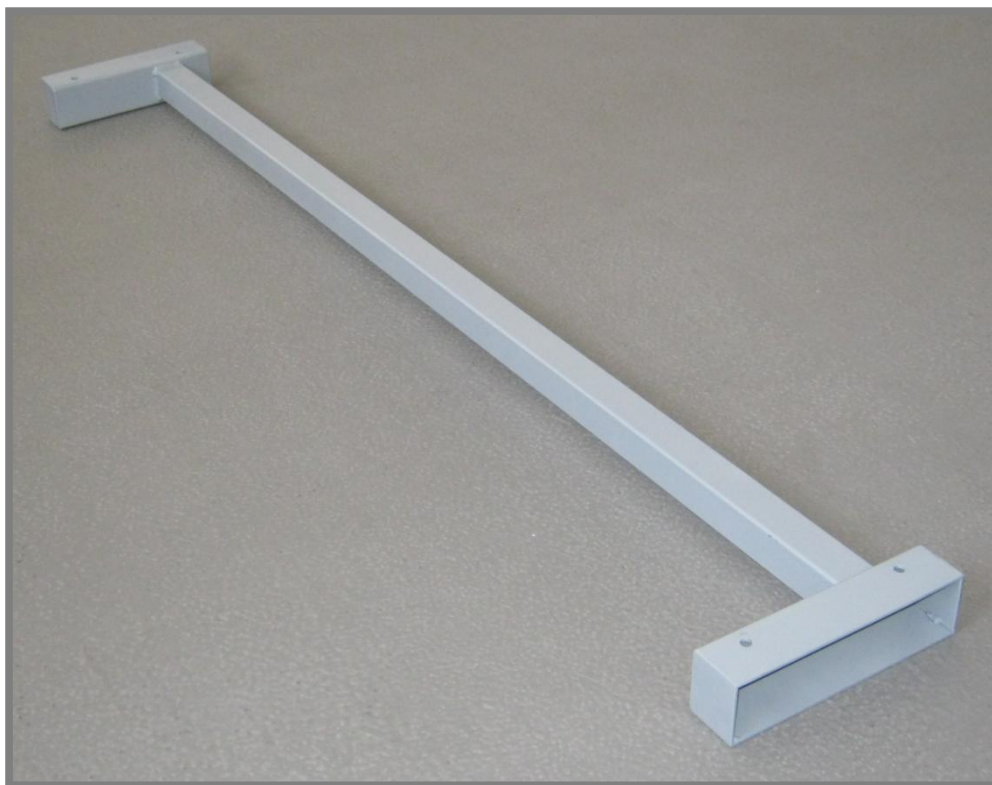
V úlohách na modelování torzních kmitů byla k dispozici pouze jedna torzní tyč o průměru 6,25 mm. Byly pořízeny tyče (obr. 14) o průměrech 4 mm a 8 mm, délky 1400 mm, vyrobené z hřídelové ocele třídy 11, se zaoblenými konci pro větší bezpečnost při manipulaci.

Závěrečná fáze zprovoznování aparatury spočívala ve výměně baterii ve snímačích úhlového natočení, v doplnění pérových podložek pod některé šrouby a dotáhnutí šroubů na celé stanici.



Obr. 10 Model podstavce

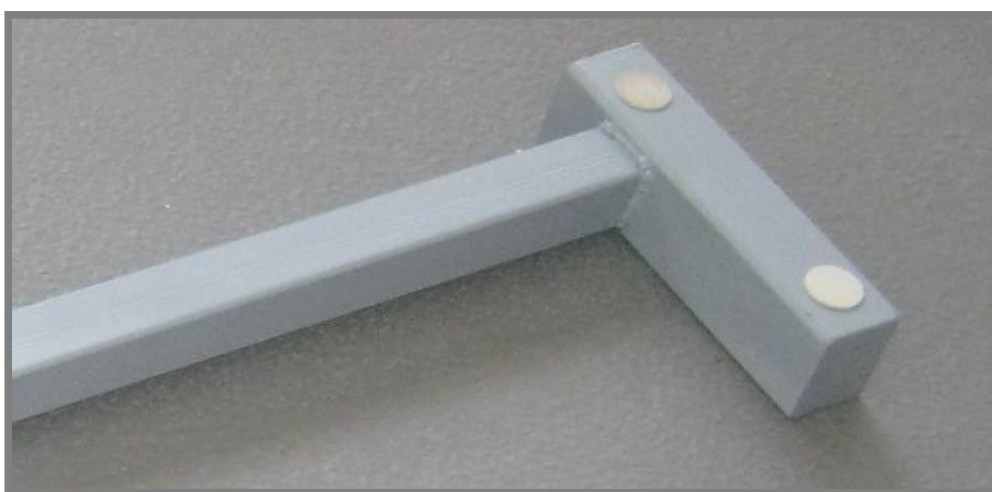




**Obr. 11** Nový podstavec pod experimentální stanicí



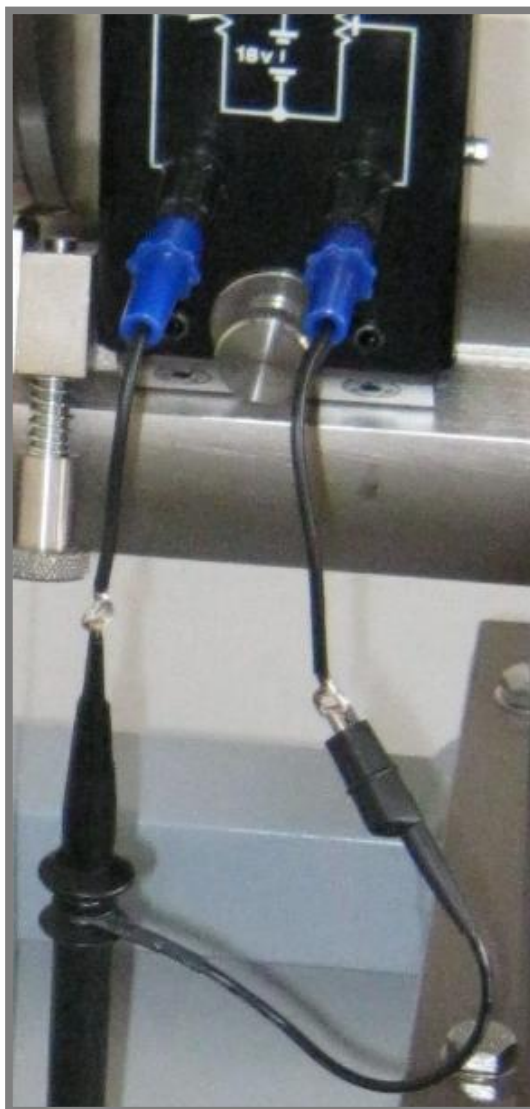
**Obr. 12** Experimentální stanice s novým podstavcem



**Obr. 13** Dosedová část podstavce



**Obr. 14** Nová sada torzních tyčí různých průměrů



**Obr. 15** Propojovací kolíky spojující snímač natočení s osciloskopem

## 5 ANALÝZA A INTERPRETACE ZÍSKANÝCH ÚDAJŮ

5

### 5.1 Úloha 1- Měření torzní poddajnosti hřídele

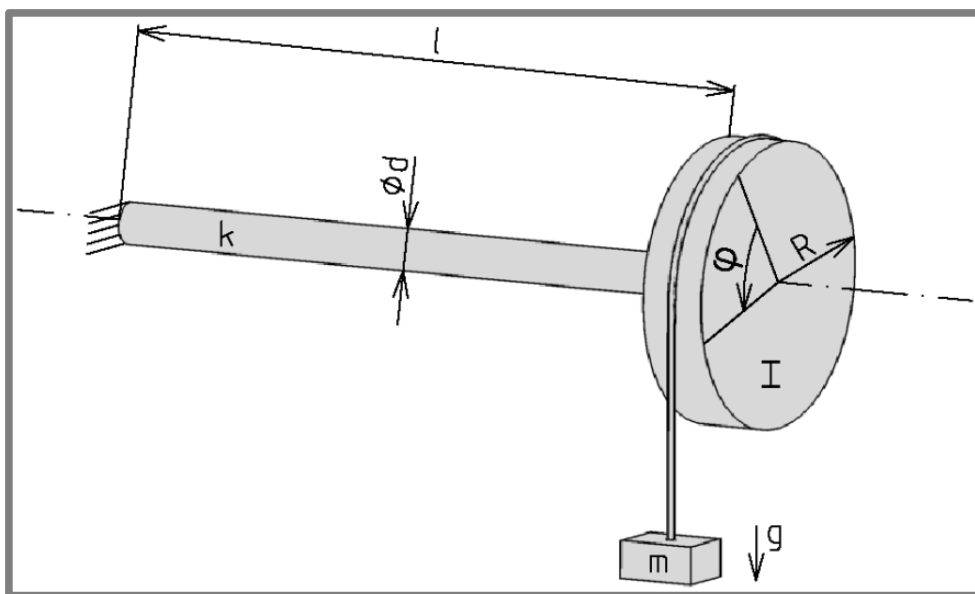
5.1

Zadání úlohy č. 1 je v příloze. Studenti se budou zabývat torzní tuhostí a poddajností hřídele a její závislostí na délce a průměru hřídele. Experimentálně určí modul pružnosti ve smyku. Pro tyto účely jsou k dispozici tři torzní tyče průměrů 4 mm, 6,35 mm a 8 mm.

#### 5.1.1 Ověření realizovatelnosti úlohy

5.1.1

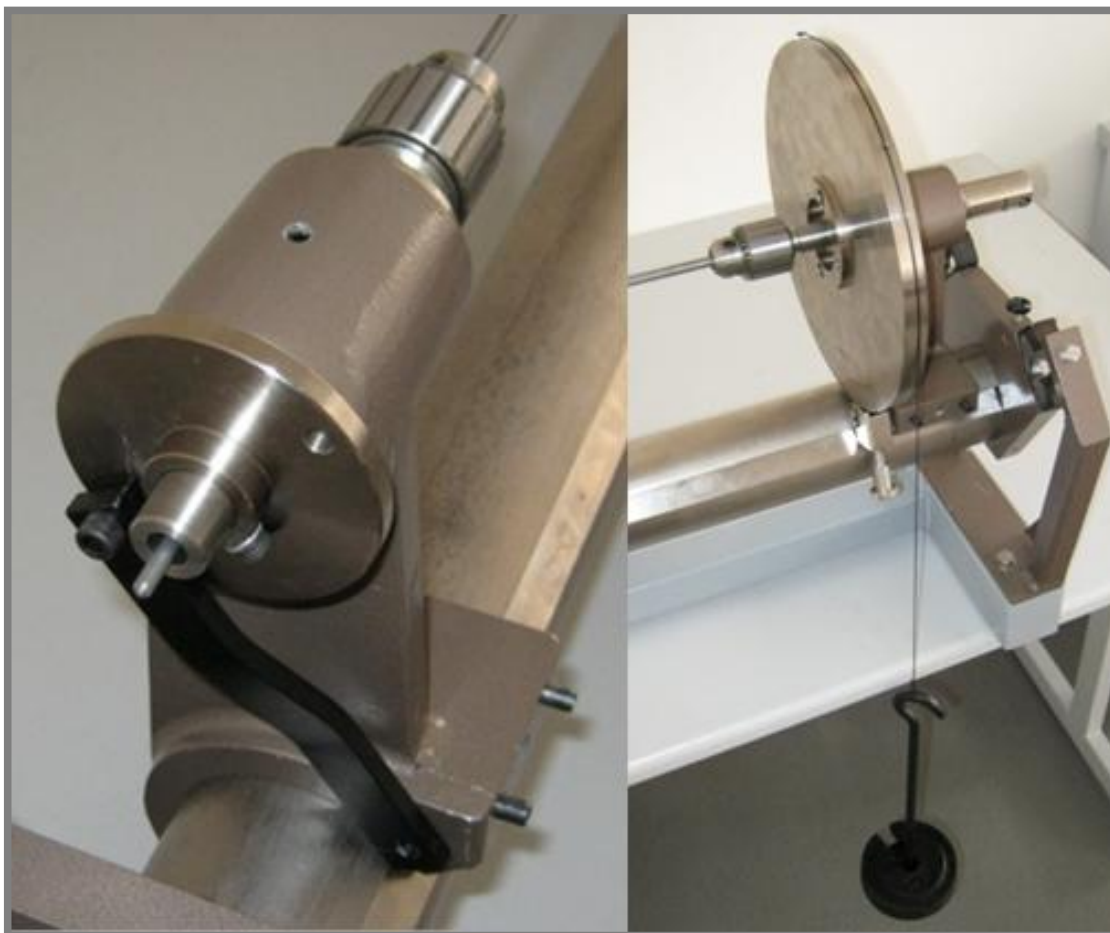
Experimentální stanice je sestavena podle schématu (obr. 16). Levý konec hřídele je vetknutý a pravý konec upevněn do sklíčidla s největším diskem o poloměru 120 mm (obr. 17). Dále je použit provázek s kolíkem a závaží o hmotnosti 0,5 kg, 1,5 kg a 2,5 kg. Délka hřídelů je použita 0,5 m a 1 m. Úhlová výchylka je odečítána přímo na radiánové stupnici na okraji disku. Je vhodné, aby před každým měřením byla při nulovém zatížení nastavena výchylka na nulu. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2. Pro účely grafického zpracování jsou určeny aritmetické průměry hodnot úhlového natočení ze všech zatížení.



Obr. 16 Schéma úloha č. 1

Tab. 2 Naměřené hodnoty úhlového natočení

$\varphi$ [rad]	Ø 4 mm		Ø 6,35 mm		Ø 8 mm	
m [kg]	0,5 m	1 m	0,5 m	1 m	0,5 m	1 m
0,5	0,14	0,30	0,02	0,04	0,01	0,02
1,5	0,46	-	0,07	0,14	0,03	0,06
2,5	-	-	0,12	0,24	0,05	0,10
Průměrné hodnoty úhlového natočení	0,30	0,30	0,07	0,14	0,03	0,06



Obr. 17 Vetknutý konec hřídele a aplikovaný moment síly, úloha č. 1

### 5.1.2 Zpracování výsledků měření

Aplikovaný zátěžný moment síly se určí podle vztahu:

$$M = m \cdot g \cdot R [\text{N} \cdot \text{m}],$$

kde  $m$  je hmotnost závaží,  $g$  je gravitační konstanta a  $R$  je poloměr disku.

Torzní tuhost  $k$  je konstanta úměrnosti mezi aplikovaným momentem síly  $M$  a úhlovým natočením  $\varphi$ :

$$k = \frac{M}{\varphi} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}]$$

Modul pružnosti ve smyku  $G$  se určí ze vztahu:

$$\frac{M}{\left(\frac{\pi \cdot d^4}{32}\right)} = \frac{G \cdot \varphi}{l} \Rightarrow G = \frac{m \cdot g \cdot R \cdot l}{\left(\frac{\pi \cdot d^4}{32}\right) \cdot \varphi} [\text{MPa}],$$

kde  $d$  je průměr torzní hřídele a  $l$  je délka torzní hřídele.

Vypočítané hodnoty torzní tuhosti  $k$ , torzní poddajnosti  $k^{-1}$  a modulu pružnosti ve smyku  $G$  jsou uvedeny v tabulce 3.

**Tab. 3** Vypočítané hodnoty torzní tuhosti, torzní poddajnosti a modulu pružnosti ve smyku.

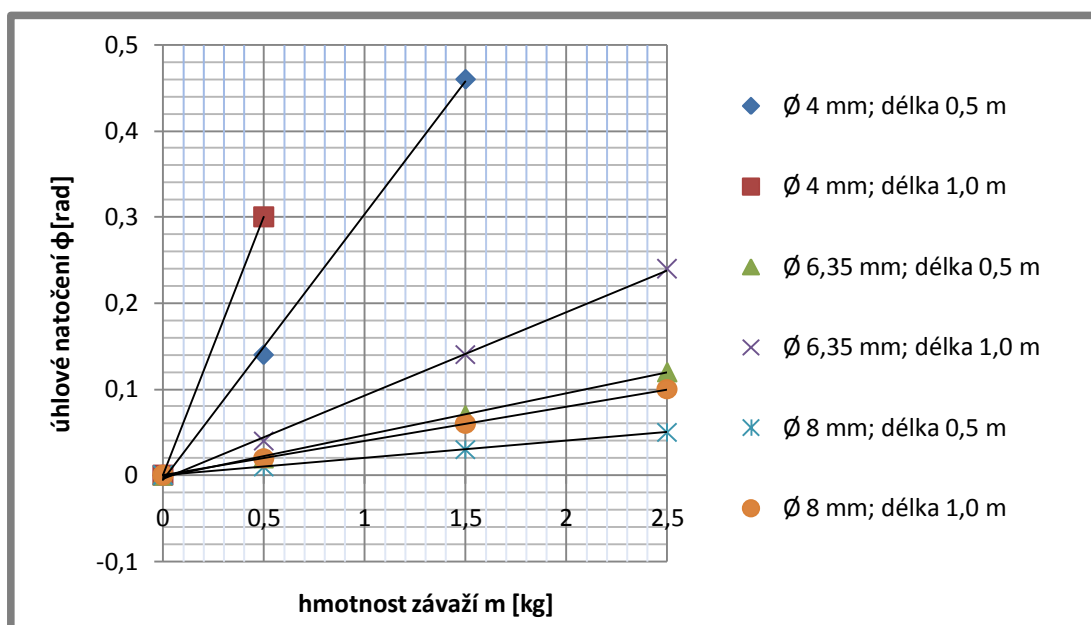
	Ø 4 mm		Ø 6,35 mm		Ø 8 mm	
	0,5 m	1 m	0,5 m	1 m	0,5 m	1 m
k[Nm/rad]	3,924	1,962	25,226	12,613	58,860	29,430
k <sup>-1</sup> [rad/Nm]	0,255	0,510	0,040	0,079	0,017	0,034
G [GN/m <sup>2</sup> ]	78,1	78,1	79,0	79,0	73,2	73,2

Např. pro průměr hřídele  $d=6,35$  mm, délku hřídele  $l=1$  m, hmotnost závaží  $m=1,5$  kg, úhlové natočení  $\varphi=0,14$  rad ( $m$  a  $\varphi$  jsou průměrné hodnoty z tab. 2):

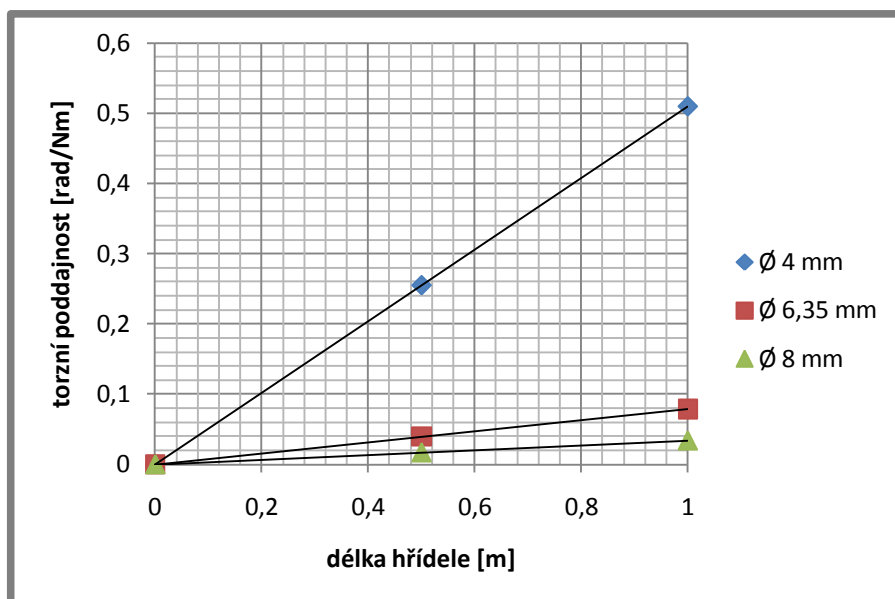
$$k = \frac{M}{\varphi} = \frac{m \cdot g \cdot R}{\varphi} = \frac{1,5 \cdot 9,81 \cdot 0,12}{0,14} = 12,613 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$$

$$G = \frac{m \cdot g \cdot R \cdot l}{\left(\frac{\pi \cdot d^4}{32}\right) \cdot \varphi} = \frac{1,5 \cdot 9,81 \cdot 0,12 \cdot 1}{\left(\frac{\pi \cdot 0,00635^4}{32}\right) \cdot 0,14} = 79,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 79,0 \frac{\text{GN}}{\text{m}^2}$$

Naměřené hodnoty úhlového natočení jsou znázorněny na obr. 18. Je zřejmé, že závislost úhlového natočení na hmotnosti závaží je lineární.


**Obr. 18** Závislost úhlového natočení na hmotnosti závaží

Torzní poddajnost je reciproká hodnota k torzní tuhosti a její závislost na délce hřídele je lineární. Na rozdíl od torzní tuhosti, jejíž závislost na délce hřídele je hyperbolická. Naměřené hodnoty torzních poddajností jsou vyneseny v obr. 19.



Obr. 19 Závislost torzní poddajnosti na délce hřídele

### 5.1.3 Závěr a přínos studentům

Studenti si vyzkouší měření torzní poddajnosti, resp. tuhosti hřídele a experimentální zjišťování modulu pružnosti ve smyku. Z naměřených hodnot lze konstatovat, že v daném rozsahu úhlového je závislost zkroucení hřídele na aplikovaném zátěžném momentu lineární. Zjištěné hodnoty modulu pružnosti ve smyku  $G = (73 \text{ až } 79) \cdot 10^9 \text{ Pa}$  odpovídají běžným konstrukčním ocelím a měření potvrdilo nezávislost modulu pružnosti ve smyku na délce měřené hřídele. Torzní tuhosti u měřených hřídelí jsou závislé na délce i průměru hřídele. Z grafu je patrná lineární závislost mezi torzní poddajností a délkou hřídele.

Studenti mohou provádět měření ve více délkách hřídele a doporučeno je provést měření i v opačném smyslu zkroucení.

## 5.2 Úloha 2- Měření momentu setrvačnosti disku

Zadání úlohy č. 2 je v příloze. Studenti provedou měření momentu setrvačnosti disku různými metodami, a to metodou ze zrychlení, kýváním, z vlastního torzního kmitání a výpočtem. Naměřené hodnot mezi sebou porovnají. K dispozici mají tyto setrvačné disky, které spojuvat do větších celků:

- průměr 150 mm a tloušťka 18,2 mm (Disk A);
- průměr 150 mm a tloušťka 25,2 mm (Disk B);
- průměr 240 mm a tloušťka 15,0 mm (Disk C).

### 5.2.1 Ověření realizovatelnosti úlohy

Nejprve je provedeno měření **metodou ze zrychlení**. Schéma je na obr. 20a. Měřený disk je upnut do sklíčidla spolu s cívkou s provázkem. Hák se závažím je připevněn na konec provázku (obr. 21). Závaží je voleno 0,5 kg, 1 kg a 1,5 kg. Celou stanici je pro tyto účely nutné posunout k okraji stolu. Pro přesné odečítání času je potřeba připojit snímač úhlového natočení a osciloskop. Po odaretování disku se disk začne pomalu roztáčet. Na osciloskopu lze pozorovat diskontinuitu (obr. 22). První

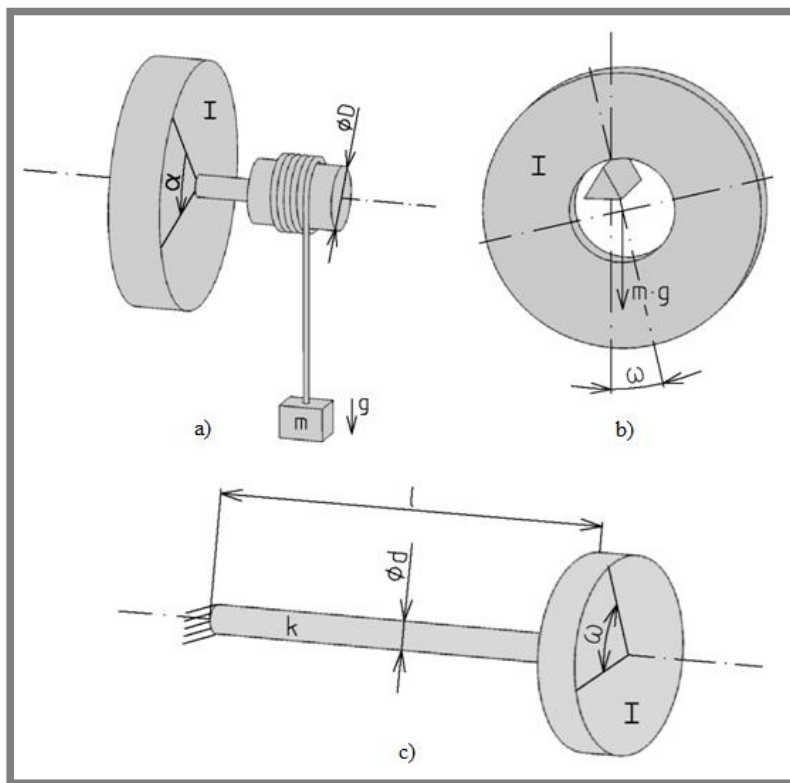


diskontinuita musí být umístěna co nejblíže okamžiku uvolnění disku. Po deseti otáčkách disku se na osciloskopu pomocí tlačítka „Cursor“ odečte přesný čas. Měření je opakováno se všemi disky a závažími. Naměřené hodnoty jsou v tabulce 4. Bylo také provedeno měření bez disku, aby se zjistila velikost momentu setrvačnosti středové části rotoru. Při zatížení 0,5 kg bylo deseti otáček dosaženo za 0,94 s. To dává moment setrvačnosti o řád menší než u disků. Lze tedy středovou část rotoru prohlásit za zanedbatelnou.

Druhé měření je **metodou kýváním**. Schéma měření je na obr. 20b. Měřený disk je umístěn na břit v levé části stanice (obr. 23). Vychýlením disku se začne disk kývat. Určíme čas padesáti kmitů (1 kmit jsou 2 kyvy). Postupně měříme všechny požadované disky. Je vhodné měření opakovat a při výpočtech využít jejich aritmetický průměr. Naměřené časy jsou v tabulce 5. Dále je potřeba určit hmotnost disku a rozměr vnitřního otvoru disku. K tomuto účelu slouží digitální váha a posuvné měřidlo ve výukové laboratoři.

Třetí měření je určení momentu setrvačnosti **metodou vlastního netlumeného torzního kmitání**. Schéma je na obr. 20c. Stanici sestavíme tak, aby levý konec hřídele byl vetknutý, a na pravý konec ve vzdálenosti umístíme měřený disk, snímač úhlového natočení a připojíme osciloskop (obr. 24). Disk je ručně rozkmitán a na osciloskopu je vykreslen jeho průběh kmitání (obr. 25). Opět pomocí tlačítka „Cursor“ lze odečíst přesný čas deseti period kmitání (tab. 6). Délka hřídele je doporučena 1 m a průměr hřídele 6,35 mm. Postupně jsou odměřeny všechny požadované disky.

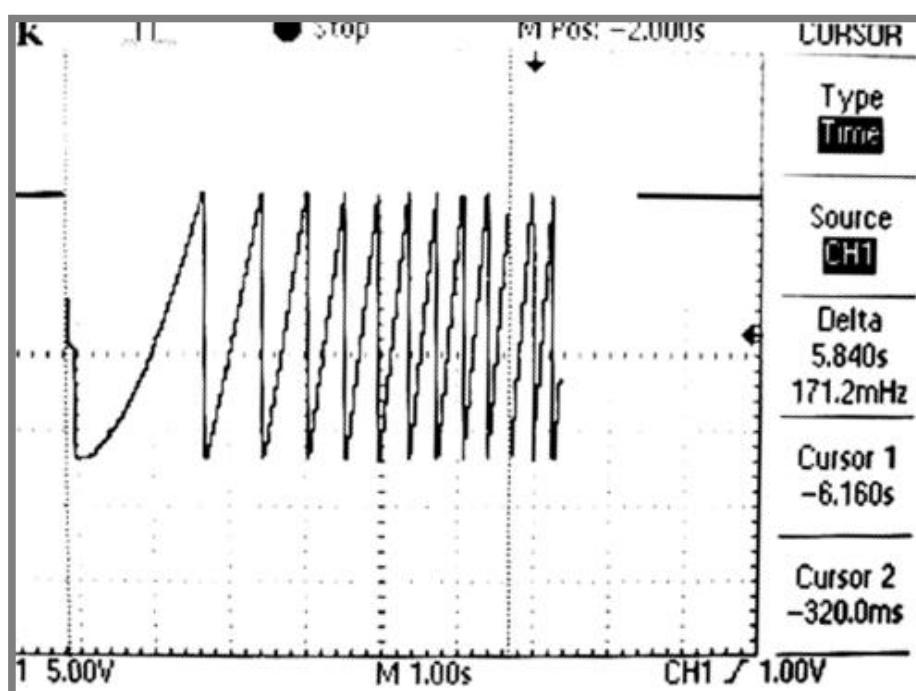
Čtvrtá metodou je **výpočet**. Byl proveden analytický výpočet se zjednodušenou geometrií disku. Nebyly uvažovány otvory pro šroubové spojení, ani odsazení pro vycentrování disku. Vypočítané hodnoty jsou v tabulce 10.



Obr. 20 Schéma měření momentu setrvačnosti v úloze č. 2  
a) ze zrychlení; b) kýváním; c) torzním kmitáním

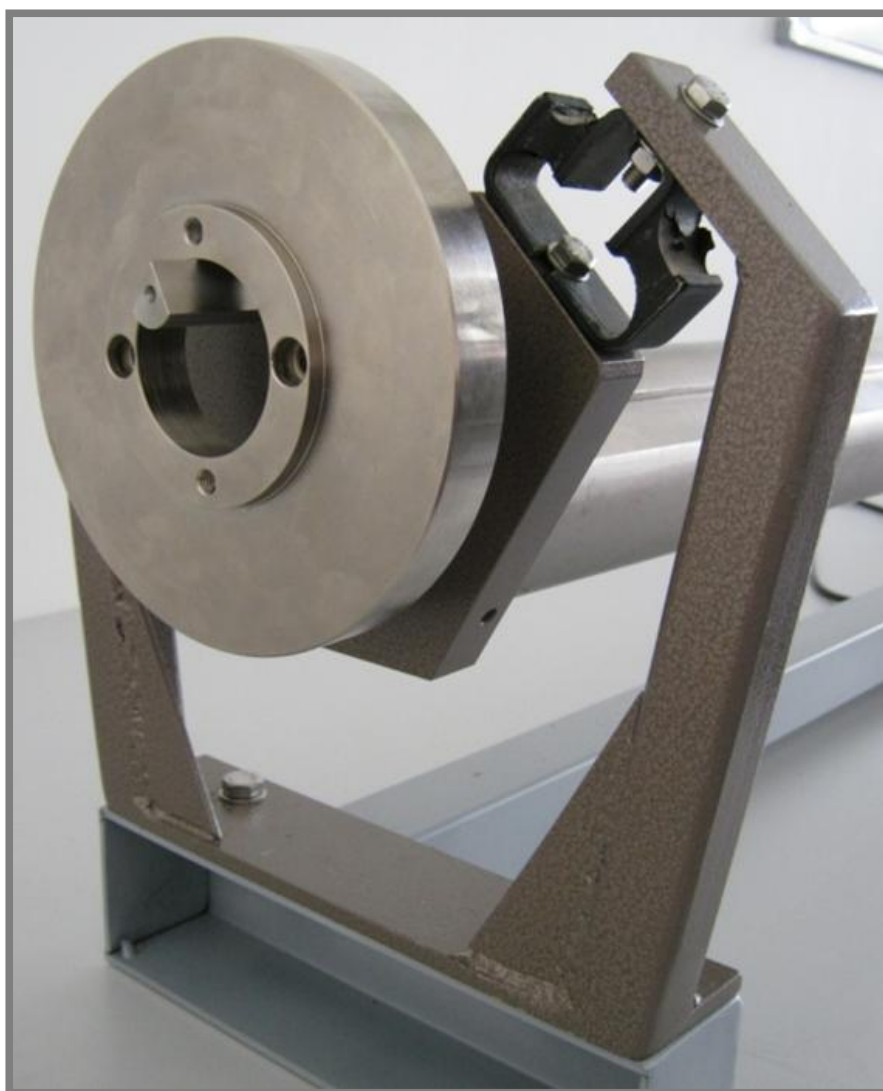


Obr. 21 Měření momentu setrvačnosti disku zrychlením pomocí závaží

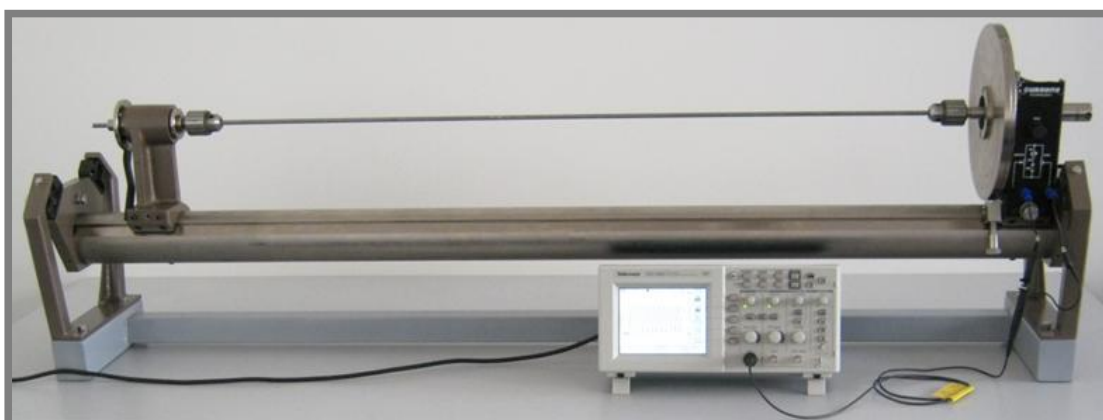


Obr. 22 Průběh zrychlování na osciloskopu (diskontinuity)

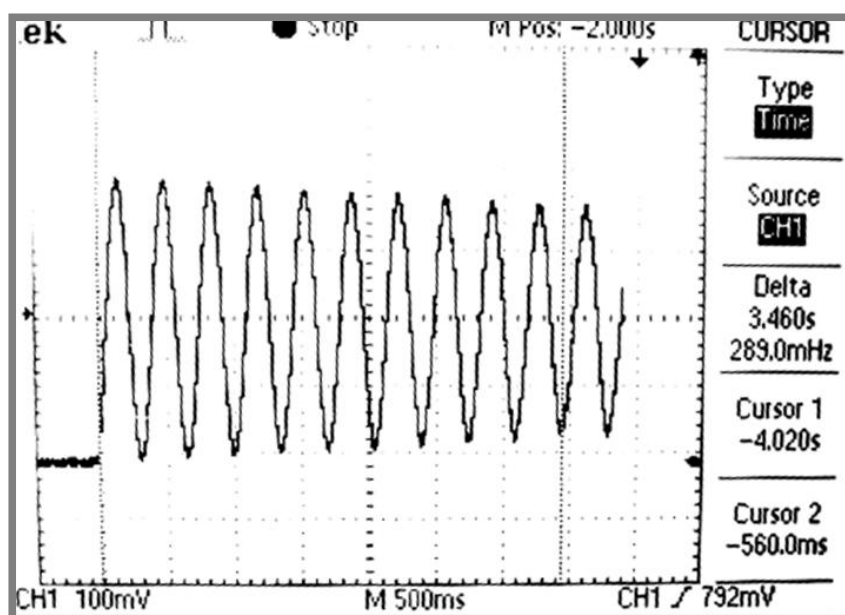




Obr. 23 Měření momentu setrvačnosti disku kýváním na břitu



Obr. 24 Měření momentu setrvačnosti pomocí vlastního torzního kmitání



Obr. 25 Průběh torzního kmitání na osciloskopu

Tab. 4 Naměřené hodnoty deseti otáček disku

	Disk A	Disk B	Disk C
m [kg]	$t_{10}$ [s]	$t_{10}$ [s]	$t_{10}$ [s]
0,5	4,48	5,32	10,05
1,0	3,16	3,58	7,24
1,5	2,56	3,04	5,84

Tab. 5 Naměřené hodnoty padesáti kmitů disku a jejich průměrná hodnota

	Disk A	Disk B	Disk C
1. měření $T_{50}$ [s]	39,46	39,52	58,22
2. měření $T_{50}$ [s]	39,40	39,54	58,62
$\bar{\varnothing} T_{50}$ [s]	39,43	39,51	58,42

Tab. 6 Čas deseti period, měřeno s hřídelí  $\varnothing 6,35$  a  $l=1$  m

	Disk A	Disk B	Disk C
$T_{10}$ [s]	1,48	1,78	3,46

### 5.2.2 Zpracování výsledků měření

V první metodě zjišťování momentu setrvačnosti disku pomocí zrychlení lze využít následující vztah pro určení celkového momentu setrvačnosti disku  $I$ :

$$\alpha = \frac{M}{I} \Rightarrow I = \frac{M}{\alpha},$$

kde  $\alpha$  je úhlové zrychlení.

Když  $D$  je poloměr cívky s provázkem, pak pro moment síly  $M$  platí:

$$M = m \cdot g \cdot \frac{D}{2}$$

Pro čas  $t$ , počet otáček  $n$ , úhlové natočení  $\varphi$  a úhlové zrychlení  $\alpha$  platí:

$$\alpha = \frac{2 \cdot \varphi}{t^2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot n}{t^2}$$

Moment setrvačnosti disku  $I$  lze vypočítat podle vztahu:

$$I = \frac{M}{\alpha} = \frac{m \cdot g \cdot \frac{D}{2}}{\frac{2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot n}{t_n^2}} = \frac{m \cdot g \cdot D \cdot t_n^2}{8 \cdot \pi \cdot n},$$

kde  $t_n$  je čas  $n$  otáček.

**Tab. 7** Vypočítané hodnoty momentu setrvačnosti u jednotlivých disků při různém zatížení

	Disk A	Disk B	Disk C
m [kg]	I [kg·m <sup>2</sup> ]	I [kg·m <sup>2</sup> ]	I [kg·m <sup>2</sup> ]
0,5	0,007	0,010	0,037
1,0	0,007	0,010	0,039
1,5	0,007	0,010	0,038
Ø I [kg·m <sup>2</sup> ]	0,007	0,010	0,038

Např. pro disk C; hmotnost závaží  $m=1,0$  kg; průměr cívky s provázkem  $D=19$  mm; počet otáček  $n=10$  a čas  $t_{10}=7,24$  s:

$$I = \frac{m \cdot g \cdot D \cdot t_n^2}{8 \cdot \pi \cdot n} = \frac{1,0 \cdot 9,81 \cdot 0,019 \cdot 7,24^2}{8 \cdot \pi \cdot 10} = 0,039 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

U druhé metody lze moment setrvačnosti odvodit z následujícího vztahu:

$$\frac{T_n}{n} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I + m \cdot a^2}{m \cdot g \cdot a}} \Rightarrow I = \frac{1}{4} \cdot \frac{T_n^2}{\pi^2} \cdot m \cdot g \cdot a - m \cdot a^2,$$

kde  $T_n$  je doba  $n$  kyvů disku,  $m$  je hmotnost disku a  $a$  je poloměr vnitřního otvoru

**Tab. 8** Vypočítané hodnoty momentu setrvačnosti kýváním

	Disk A	Disk B	Disk C
I [kg·m <sup>2</sup> ]	0,009	0,013	0,032

Např. pro disk C,  $T_{50}=58,42$  s;  $a=23,75$  mm;  $m=5,0$  kg:

$$I = \frac{1}{4} \cdot \frac{T_n^2}{\pi^2} \cdot m \cdot g \cdot a - m \cdot a^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{58,42^2}{\pi^2} \cdot 5,0 \cdot 9,81 \cdot 0,02375 - 5,0 \cdot 0,02375^2 = 0,032 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

U metody využívající vlastní kmity lze moment setrvačnosti  $I$  vypočítat podle:

$$I = \frac{k}{\omega^2},$$

kde  $k$  je torzní tuhost a pro úhlovou frekvenci  $\omega$  platí:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{t}$$

**Tab. 9** Vypočítané hodnoty momentu setrvačnosti pomocí vlastního torzního kmitání

	Disk A	Disk B	Disk C
I [kg·m <sup>2</sup> ]	0,007	0,010	0,038

Např. pro disk C; čas deseti kmitů  $t_{10}=3,46$  s;  $k=12,613$  [ $N \cdot m \cdot \text{rad}^{-1}$ ]:

$$\omega = \frac{n \cdot 2 \cdot \pi}{t_n} = \frac{10 \cdot 2 \cdot \pi}{3,46} = 18,16 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$I = \frac{k}{\omega^2} = \frac{12,613}{18,16^2} = 0,038 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

U početní metody byl využit základní vzorec pro určení momentu setrvačnosti kruhového tělesa o poloměru  $R$ :  $I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2$

Tab. 10 Hodnoty momentu setrvačnosti disků pomocí výpočtu

	Disk A	Disk B	Disk C
$I \text{ [kg}\cdot\text{m}^2]$	0,006	0,009	0,036

Např. pro disk A:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot 0,75^2 = 0,006 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

### 5.2.3 Závěr a přínos studentům

Zjištěné hodnoty momentu setrvačnosti disků jsou zapsané do tab. 11. Nejpresnější hodnoty dává metoda využívající zrychlení a vlastního torzního kmitání. U početní metody jsou nižší hodnoty pravděpodobně zapříčiněné zjednodušenou geometrií při výpočtu. Největší odlišnosti výsledků jsou u metody kýváním. Pravděpodobně 50 kmitů je nedostačující počet pro přesné určení momentu setrvačnosti disku.

Studentům tato úloha poskytne ucelený pohled na experimentální zjišťování momentu setrvačnosti. Díky možnosti kombinovat disky lze snadno vytvořit mnoho variant zadání této úlohy.

Tab. 11 Experimentálně zjištěné momenty setrvačnosti disků různými metodami

	Hodnota $I \text{ [kg}\cdot\text{m}^2]$ od výrobce	Průměrná hodnota $I \text{ [kg}\cdot\text{m}^2]$ ze zrychlení	Průměrná hodnota $I \text{ [kg}\cdot\text{m}^2]$ metodou kýváním	Hodnota $I \text{ [kg}\cdot\text{m}^2]$ z torzního kmitání	Hodnota $I \text{ [kg}\cdot\text{m}^2]$ výpočtem
Disk A	0,007	0,007	0,009	0,007	0,006
Disk B	0,010	0,010	0,013	0,010	0,009
Disk C	0,037	0,038	0,032	0,038	0,036

## 5.3 Úloha 3- Měření přechodové charakteristiky tlumené torzní soustavy

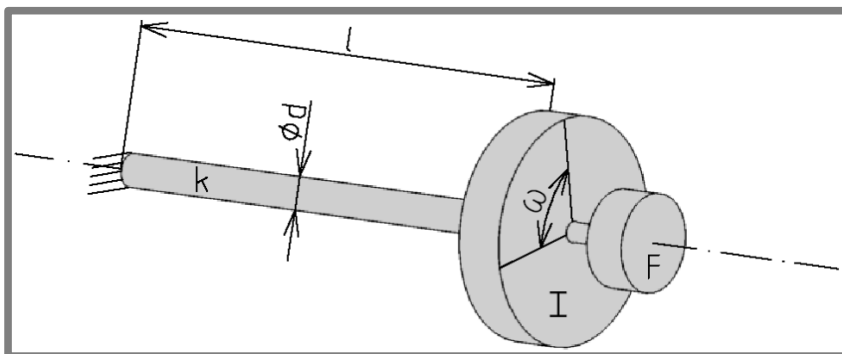
Zadání úlohy č. 3 je v příloze. Studenti změří odezvu soustavy na jednotkový krok, tzv. přechodovou charakteristiku při různém nastavení tlumení. Dále určí optimální hodnotu tlumení a experimentálně ji ověří.

### 5.3.1 Ověření realizovatelnosti úlohy

Schéma měření je na obr. 26. Experimentální stanice je sestavena tak, že levý konec torzní tyče průměru 4 mm je vetknutý a na pravý konec je ve vzdálenosti 1 m uchycen největší disk, snímač úhlového natočení s osciloskopem a polorotační viskózní tlumič torzního kmitání (obr. 27). Počáteční vychýlení disku bylo voleno 0,1 rad a disk byl zajištěn pomocí aretačního mechanismu.

Nejprve bylo nastavení tlumiče voleno do polohy MIN. Predikovaná hodnota překmitávání byla porovnána s experimentálním měřením. Dále bylo tlumení nastaveno na největší hodnotu a opět byla vykreslena přechodová charakteristika. Optimální hodnota tlumení je taková, kdy soustava nepřekmitne jednotkový signál a zároveň se k němu přiblíží co nejrychleji. Takový stav bývá označován jako mez aperiodicity ( $c=1$ ). Výpočtem predikovaná hodnota byla nastavena na tlumič kmitání a opět byl vykreslen průběh kmitání. Přechodové charakteristiky při různém tlumení jsou znázorněny na obr. 28 (kvalita zobrazení průběhů na tomto obrázku odpovídá zobrazovacím možnostem použitého osciloskopu).

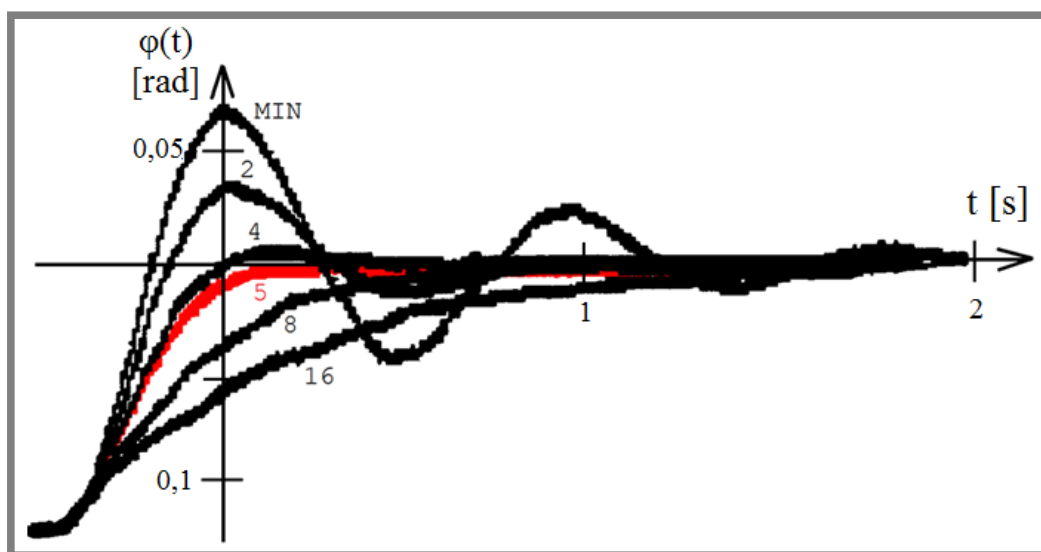
Při práci s tlumičem je nutné znát jeho hodnotu tlumení. Lze ji odečíst z obr. 29, který je výsledkem úlohy č. 5 obsažené v této diplomové práci.



Obr. 26 Schéma měření přechodové charakteristiky v úloze č. 3



Obr. 27 Zapojení experimentální stanice v úloze č. 3



Obr. 28 Přechodové charakteristiky při různě velkém tlumení

### 5.3.2 Zpracování výsledků měření

Při minimálním tlumení byl odečten čas jedné periody kmitání  $T=0,82$  s. Této hodnotě odpovídá kmitání o úhlové rychlosti  $\omega$ :

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{0,82} = 7,66 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Teoretická hodnota pro vlastní kmitání při minimálním tlumení  $F=0,18 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ; torzní tuhosti  $k=1,962 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$  ( $d=4 \text{ mm}$ ;  $l=1 \text{ m}$ ) a momentu setrvačnosti  $I=0,037 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  (největší disk) je:

$$\omega = \omega_n \cdot \sqrt{1 - c^2} = \sqrt{\frac{k}{I}} \cdot \sqrt{1 - c^2} = \sqrt{\frac{1,962}{0,037}} \cdot \sqrt{1 - 0,334^2} = 6,86 \frac{\text{rad}}{\text{s}},$$

kde  $c$  je tlumicí poměr a platí pro něj vztahu:

$$c = \frac{F}{2 \cdot \sqrt{k \cdot I}} = \frac{0,18}{2 \cdot \sqrt{1,962 \cdot 0,037}} = 0,334$$

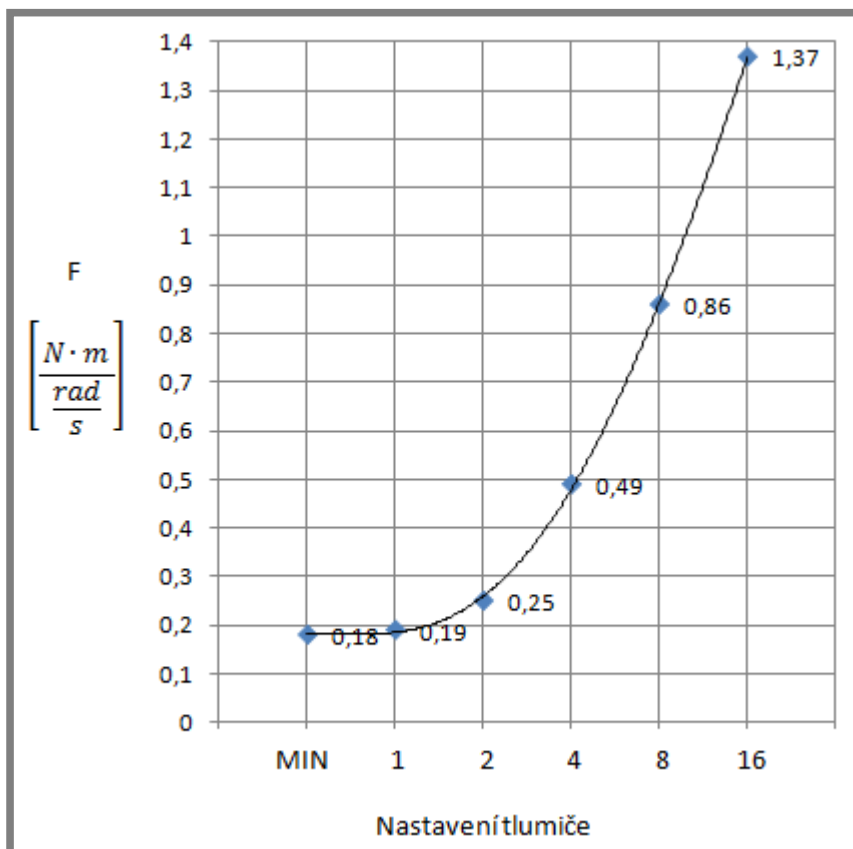
Rozdíl teoretického a naměřeného kmitání je 12 %.

Při určování optimálního průběhu se za tlumicí poměr dosazuje hodnota jedna:

Pro  $c=1$ ;  $k=1,962 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$  ( $d=4 \text{ mm}$ ;  $l=1 \text{ m}$ );  $I=0,037 \text{ kgm}^2$  (největší disk) platí:

$$c = \frac{F}{2 \cdot \sqrt{k \cdot I}} \Rightarrow F = c \cdot 2 \cdot \sqrt{k \cdot I} = 1 \cdot 2 \cdot \sqrt{1,962 \cdot 0,037} = 0,54 \text{ Nm}/(\text{rad/s})$$

Tomu dle grafu na obr. 29 odpovídá nastavení na tlumiči v poloze 5.



Obr. 29 Experimentálně zjištěná závislost koeficientu tlumení na nastavení tlumiče

### 5.3.3 Závěr a přínos studentům

5.3.3

Při nastavení na minimální hodnotu tlumení lze očekávat periodické kmitání s frekvencí 6,86 Hz. Naměřená hodnota 7,66 Hz je o 12 % vyšší. Tento rozdíl lze připisovat nepřesnostem ve vyjádření tuhosti hřídele  $k$  a nastavení přesné hodnoty tlumení na tlumiči.

Optimální průběh dle výpočtu v 5.3.2 lze získat nastavením tlumiče do polohy 5. Experimentální měření tuto hodnotu potvrdilo.

Studenti si díky této úloze prohloubí znalosti o přechodové charakteristice. Z chování soustavy vyplývá, jak tlumení výrazně ovlivňuje dynamiku kmitání. Tato úloha nabízí široké možnosti změny konfigurace stanice, např. změna tuhosti soustavy výměnou torzní tyče nebo zkrácením délky hřídele. Dále lze k použitému disku připevnit další disky a tím výrazně zvětšit setrvačné účinky soustavy.

### 5.4 Úloha 4- Měření charakteristik buzené torzní soustavy

5.4

Zadání úlohy č. 4 je v příloze. Studenti výpočtem i experimentálně určí vlastní frekvenci soustavy, vykreslí amplitudovou a fázovou charakteristiku pro buzenou tlumenou torzní soustavu. Nakonec pomocí Lissajousových obrazců určí amplitudový poměr, fázový posun a porovnají výsledky s naměřenou amplitudovou a fázovou charakteristikou.



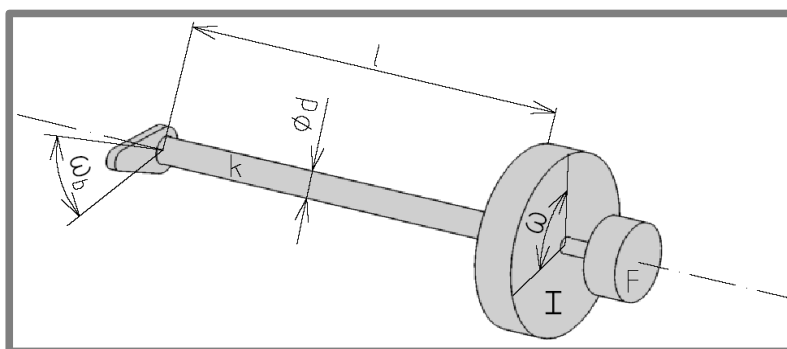
### 5.4.1 Ověření realizovatelnosti úlohy

Schéma úlohy je na obr. 30. Stanice je zapojena tak, aby levý konec torzní tyče byl napojen do sklíčidla, které je pomocí klikového mechanismu propojeno s budicí jednotkou (obr. 31, 32). Na pravý konec hřídele je ve vzdálenosti 1 m připojen největší setrvačný disk a tlumič torzních kmitů. Hřídel je použita s průměrem 6,35 mm. Hřídel, její délka i disk je volen na základě série měření (tab. 12). Kritérium volby byl co největší rozsah tlumicího poměru  $c$ , hlavně pak jeho dosáhnutí k nižším hodnotám. Dále je nutné připojit oba snímače úhlového natočení a spojit je s osciloskopem.

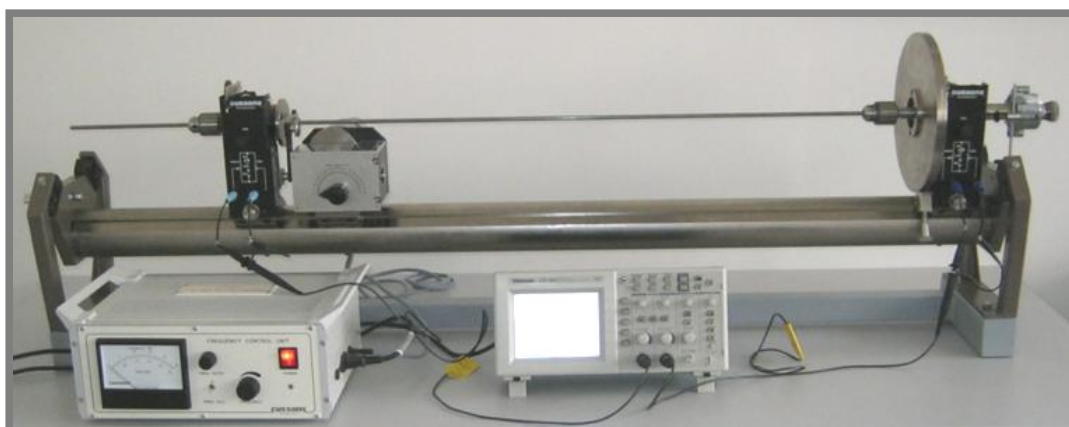
Po sestavení experimentální stanice byla nejdříve změřena vlastní frekvence netlumené nebuzené soustavy. Její hodnota byla je predikována výpočtem v 5.4.2. Budící rozsah kmitání je 0 Hz až 10 Hz. Kvůli rezonanci netlumené soustavy je doporučeno měření provést rychle a nezdržovat se blízko hodnoty vlastní frekvence. Dále bylo potřeba určit amplitudu budícího signálu. Pro jednotlivé nastavení tlumiče torzních kmitů byla určena odezva soustavy na různé budící frekvence (tab. 13).

Další měření bylo měření fázových posunů při různém nastavení tlumiče (tab. 14).

Lissajousovy obrazce lze na osciloskopu zobrazit pomocí tlačítka „Display“ a volbou zobrazení format XY. Na obou osách je amplituda kmitání. Byla zvolena budící frekvence 2 Hz a tlumení nastaveno na hodnotu 4. Zobrazeným Lissajousovým obrazcem se bude zabývat následující kapitola 5.4.2.

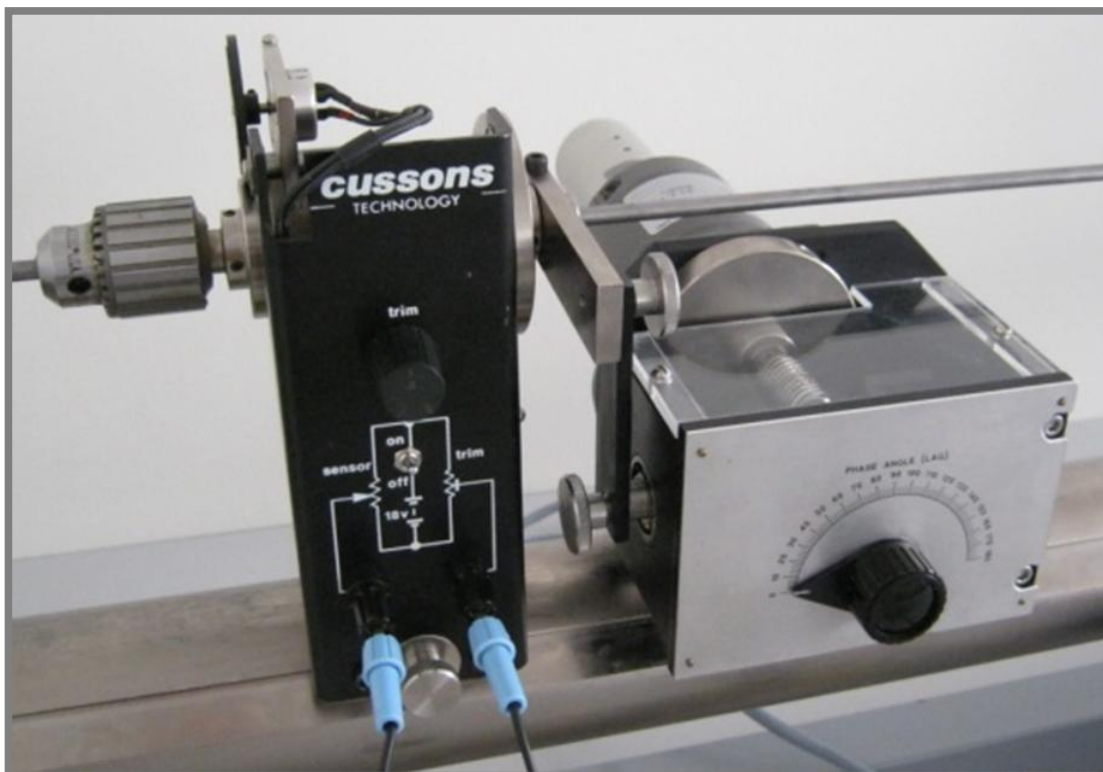


Obr. 30 Schéma úlohy č. 4



Obr. 31 Zapojení experimentální stanice pro úlohu č. 4





Obr. 32 Zapojení klikového mechanismu a budicí jednotky

Tab. 12 Tabulka tlumících poměrů  $c$  [-] pro určení vhodného nastavení stanice

nastavení tlumiče			MIN	1	2	4	8	16
hřídel		Disk I [kg·m <sup>2</sup> ]						
Ø 4 mm	l = 0,5 m	0,007	0,54	0,57	0,75	1,48	2,59	4,13
		0,010	0,45	0,48	0,63	1,24	2,14	3,46
		0,037	0,24	0,25	0,33	0,64	1,13	1,80
	l = 1,0 m	0,007	0,77	0,81	1,07	2,09	3,67	5,85
		0,010	0,64	0,68	0,89	1,75	3,07	4,89
		0,037	0,33	0,35	0,46	0,91	1,60	2,54
Ø 6 mm	l = 0,5 m	0,007	0,21	0,23	0,30	0,58	1,02	1,63
		0,010	0,18	0,19	0,25	0,49	0,86	1,36
		0,037	0,09	0,10	0,13	0,25	0,46	0,71
	l = 1,0 m	0,007	0,30	0,32	0,42	0,82	1,45	2,31
		0,010	0,25	0,27	0,35	0,69	1,21	1,93
		<b>0,037</b>	<b>0,13</b>	<b>0,14</b>	<b>0,18</b>	<b>0,36</b>	<b>0,63</b>	<b>1,00</b>
Ø 8 mm	l = 0,5 m	0,007	0,14	0,15	0,19	0,38	0,67	1,07
		0,010	0,12	0,12	0,16	0,32	0,56	0,89
		0,037	0,06	0,06	0,08	0,17	0,29	0,46
	l = 1,0 m	0,007	0,20	0,21	0,28	0,54	0,95	1,51
		0,010	0,17	0,18	0,23	0,45	0,79	1,26
		0,037	0,09	0,09	0,12	0,23	0,41	0,66

Tlumicí poměr  $c$  je vyjádřen vztahem:

$$c = \frac{F}{2 \cdot \sqrt{k \cdot I}}$$

**Tab. 13** Naměřené hodnoty amplitud kmitání buzené soustavy

f <sub>buz</sub> [Hz]			0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	6,0
U [mV]	Nastavení tlumiče	MIN	236	258	356	616	1300	704	234	134	66	32
		2	234	262	352	548	744	448	200	113	51	29
		4	236	252	329	440	420	292	164	98	44	22
		8	232	234	252	280	238	168	106	58	20	10
		16	228	214	196	174	137	98	37	27	17	9
U <sub>buz</sub> [mV]			240									

**Tab. 14** Naměřené hodnoty fázových zpoždění T [s] buzené soustavy

$f_{buz}$ [Hz]		1	2	3	4	5
Nastavení tlumiče	MIN	0,008	0,024	0,144	0,120	0,098
	4	0,040	0,080	0,124	0,112	0,096
	8	0,060	0,100	0,120	0,110	0,090

#### 5.4.2 Zpracování výsledků měření

Pro experimentální určení vlastní frekvence netlumené soustavy byla změřena doba deseti period ( $T_{10}=3,92$  s). Podle následujícího vzorce byla určena vlastní frekvence:

$$f_n = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,392} = 2,55 \text{ Hz},$$

kde  $f_n$  je vlastní frekvence soustavy.

Teoretická hodnota úhlové rychlosti vlastního frekvence  $\omega_n$  je:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{I}} = \sqrt{\frac{12,613}{0,037}} = 18,46 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_n = \frac{\omega_n}{2 \cdot \pi} = \frac{18,46}{2 \cdot \pi} = 2,94 \text{ Hz}$$

Dále jako referenční frekvence bude uvažována zaokrouhlená hodnota vlastní frekvence  $f_n=2,5$  Hz a pro zjednodušení úlohy byly vynechány některé nastavení tlumiče.

Pro zobrazení dynamických charakteristik je vhodnější použít poměrové veličiny, v tab. 15 pro amplitudovou charakteristiku a v tab. 16 je přepočten čas fázového zpoždění na úhel  $\theta$  [°] podle vztahu:

$$\theta = \frac{T}{T_{buz}} \cdot 360^\circ,$$

kde  $T$  je fázové zpoždění perioda a  $T_{buz}$  je perioda budícího kmitání.

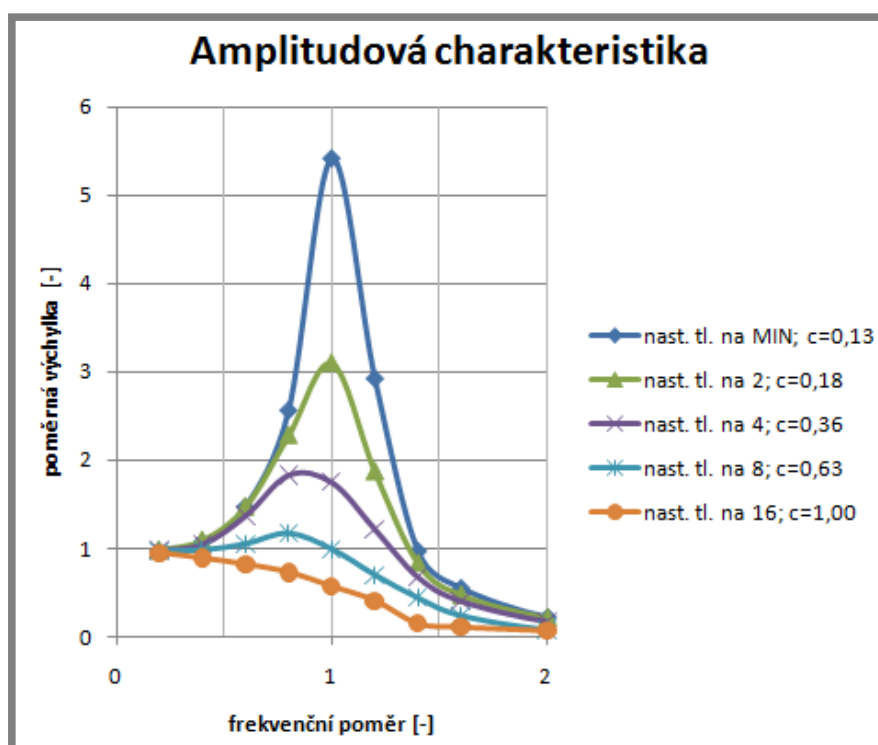
Naměřená amplitudová charakteristika je na obr. 33 a fázová charakteristika je na obr. 34.

**Tab. 15** Přepočet na poměrové veličiny pro amplitudovou charakteristiku

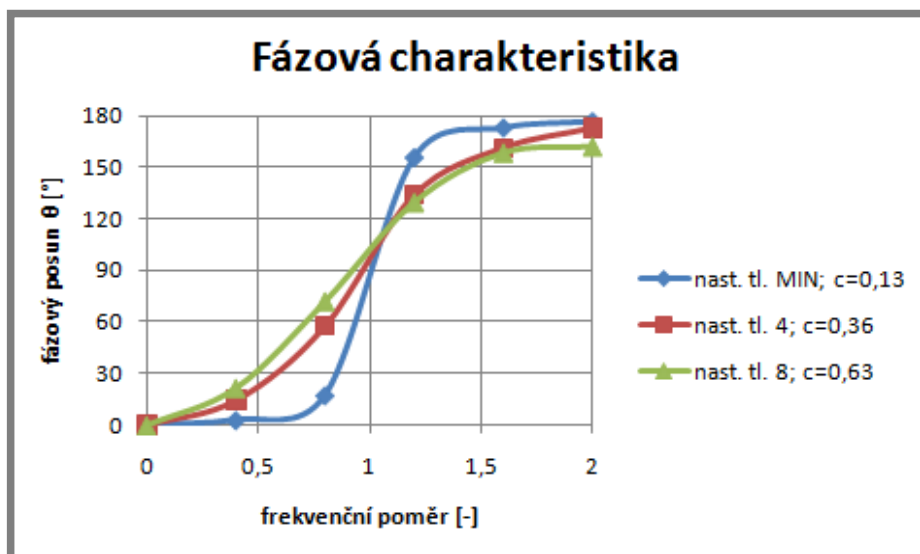
f <sub>buz</sub> [Hz]			0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	6,0
f <sub>n</sub> [Hz]			2,5									
Frekvenční poměr $\frac{f_{buz}}{f_n}$ [-]			0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	2,0	2,4
U <sub>buz</sub> [mV]			240									
Poměrná výchylka $\frac{U}{U_{buz}}$ [-]	Nastavení tlumiče	MIN	0,98	1,08	1,48	2,57	5,42	2,93	0,98	0,56	0,23	0,13
		2	0,98	1,09	1,47	2,28	3,1	1,87	0,83	0,47	0,21	0,12
		4	0,98	1,05	1,37	1,83	1,75	1,22	0,68	0,41	0,18	0,09
		8	0,97	0,98	1,05	1,17	0,99	0,70	0,44	0,24	0,08	0,04
		16	0,95	0,89	0,82	0,73	0,57	0,41	0,15	0,11	0,07	0,04

**Tab. 16** Přepočet času fázového zpoždění na úhel  $\theta$  [°]

$f_{buz}$ [Hz]		1	2	3	4	5
Nastavení tlumiče	MIN	2,9	17,3	155,5	172,8	176,4
	4	14,4	57,6	133,9	161,3	172,8
	8	21,6	72,0	129,6	158,4	162,0
$T_{buz}$ [s]		1	0,5	0,33	0,25	0,2



Obr. 33 Experimentálně naměřená amplitudová charakteristika



Obr. 34 Experimentálně naměřená fázová charakteristika

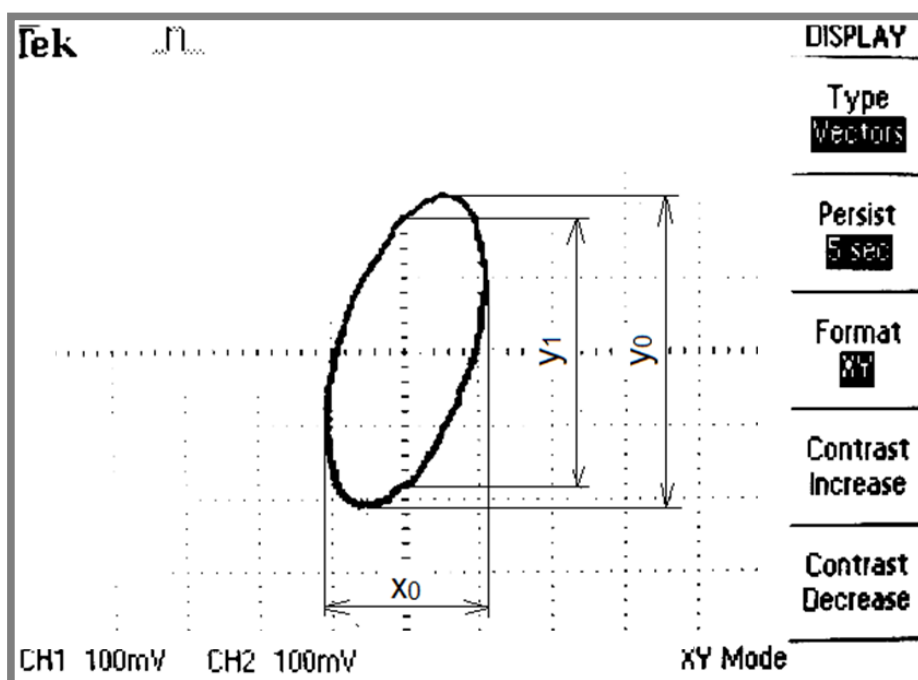
Ze zobrazeného Lissajousového obrazce (obr. 35) byly odečteny následující hodnoty:  $x_0=225 \text{ mV}$  ;  $y_0= 420 \text{ mV}$ ;  $y_1= 360 \text{ mV}$ .

Pro amplitudový poměr platí:

$$\frac{y_0}{x_0} = \frac{420}{225} = 1,87 [-]$$

A pro fázový posun  $\varphi$ :

$$\varphi = \sin^{-1} \frac{y_1}{y_0} = \sin^{-1} \frac{360}{420} = 59^\circ$$



Obr. 35 Lissajousův obrazec a odečty hodnot

**5.4.3 Závěr a přínos studentům**

5.4.3

Vlastní frekvence soustavy byla výpočtem stanovena na  $f_n=2,55$  Hz. Z grafu amplitudové charakteristiky je patrný pokles frekvence rezonance vlivem tlumení. Fázový diagram potvrzuje změnu fáze po překročení rezonance. Hodnoty amplitudového poměru a fázového zpoždění z Lissajousového obrazce v porovnání s amplitudovou a frekvenční charakteristikou vycházejí jen s 2% odchylkou, jak uvádí tab. 17. Metody jsou tedy srovnatelné, ale pokud nepotřebujeme odezvy systému v celém frekvenčním pásmu, je metoda využívající Lissajousovy obrazce rychlejší. Studenti si v této úloze vyzkouší měření a znázorňování dynamických charakteristik. Také si prakticky vyzkouší znázorňování a měření pomocí Lissajousových obrazců na osciloskopu.

Tab. 17 Výsledné hodnoty

	Lissajousův obrazec	Amplitudová charakteristika	Fázová charakteristika	odchylka [%]
Amplitudový poměr [-]	1,87	1,83	-	2,1
Fázový posun [°]	59	-	57,6	2,4

**5.5 Úloha 5- Měření koeficientu tlumení polorotačního viskózní tlumiče torzního kmitání**

5.5

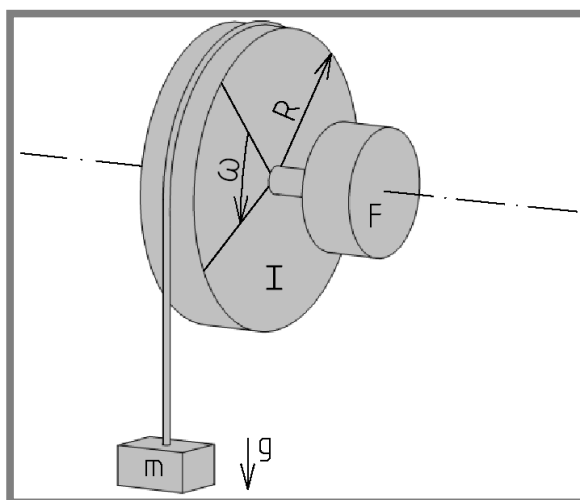
Zadání úlohy č. 5 je v příloze. V následující doplňkové úloze studenti určí závislost koeficientu tlumení na nastavení tlumiče. Naměřený graf je použit při výpočtech v úlohách 3 a 4. Měření je prováděno na tlumiči od firmy Kinetrol Ltd. model KD.

**5.5.1 Ověření realizovatelnosti úlohy**

5.5.1

Schéma úlohy je na obr. 36. Stanice je sestavena tak, aby k největšímu disku o poloměru 120 mm byl připojen tlumič kmitání a snímač uhlového natočení s osciloskopem. Dále je využit aretační mechanismus a provázek se závažím o hmotnosti 200 g (obr. 37).

Rozsah otáčení tlumiče je přibližně 1 rad. Při různém nastavení tlumiče je změřen čas, za jak dlouho se velký disk otočí právě o 1 rad. K přesnému odečtení času poslouží osciloskop. Naměřené hodnoty časů  $t$  jsou v tab. 18.





Obr. 36 Schéma úlohy č. 5

Obr. 37 Zapojení výukové stanice úlohy č. 5

Tab. 18 Naměřené a vypočítané hodnoty

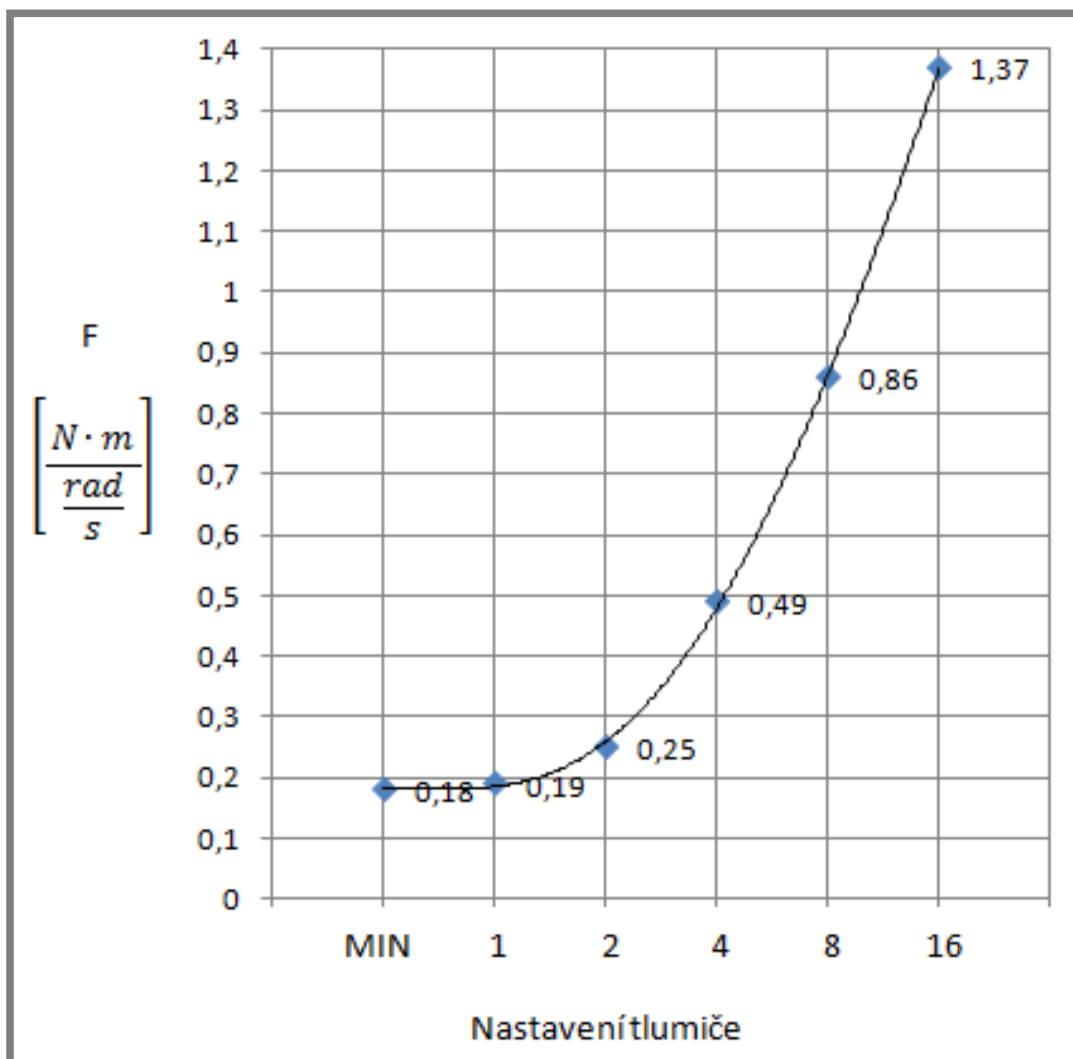
Nastavení tlumiče	$t$ [s]	$\omega$ [rad/s]	$F$ [Nm/(rad/s)]
MIN	0,75	1,333	0,18
1	0,79	1,266	0,19
2	1,07	0,935	0,25
4	2,10	0,476	0,49
8	3,66	0,273	0,86
16	5,80	0,172	1,37

### 5.5.2 Zpracování výsledků měření

Dále je určena konečná úhlová rychlost  $\omega$  jako reciproká hodnota času. Výsledky jsou zapsány do tab. 18. Pomocí následujícího vztahu jsou přepočítány hodnoty dosažené úhlové rychlosti disku na tlumící sílu od tlumiče a výsledky jsou připsány do tab. 18:

$$F = \frac{m \cdot g \cdot R}{\omega}$$

Závislost nastavení tlumiče na tlumicí síle lze pozorovat na obr. 38.



Obr. 38 Závislosti koeficientu tlumení na nastavení tlumiče

### 5.5.3 Závěr a přínos studentům

5.4.3

Měření ukázalo nelineární závislost mezi nastavením tlumiče a jeho tlumicí silou. Naměřený graf studenti využijí při práci s tlumičem, např. v úlohách 3 a 4.

### 5.6 Úloha 6- Zobrazení Lissajousových obrazců

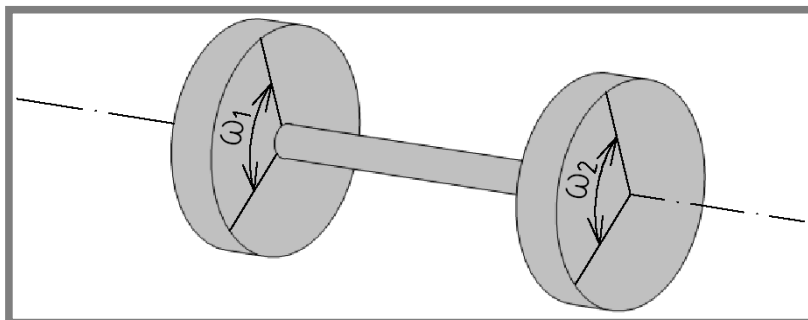
5.6

Zadání úlohy č. 6 je v příloze. Studenti se v této doplňkové úloze budou zabývat skládáním dvou na sebe kolmých kmitání zobrazených na osciloskopu formou Lissajousových obrazců. Dále budou sledovat jejich tvar při změně fázového posunu.

5.6.1

### 5.6.1 Ověření realizovatelnosti úlohy

Schéma úlohy je na obr. 39. Stanice je sestavena tak, že k oběma výstupům z budicí jednotky je připevněn klikový mechanismus. Ten je spojen s vřeten stojanu a přes snímače úhlového natočení se kmitání zobrazí na osciloskopu (obr. 40). Obě kmitání



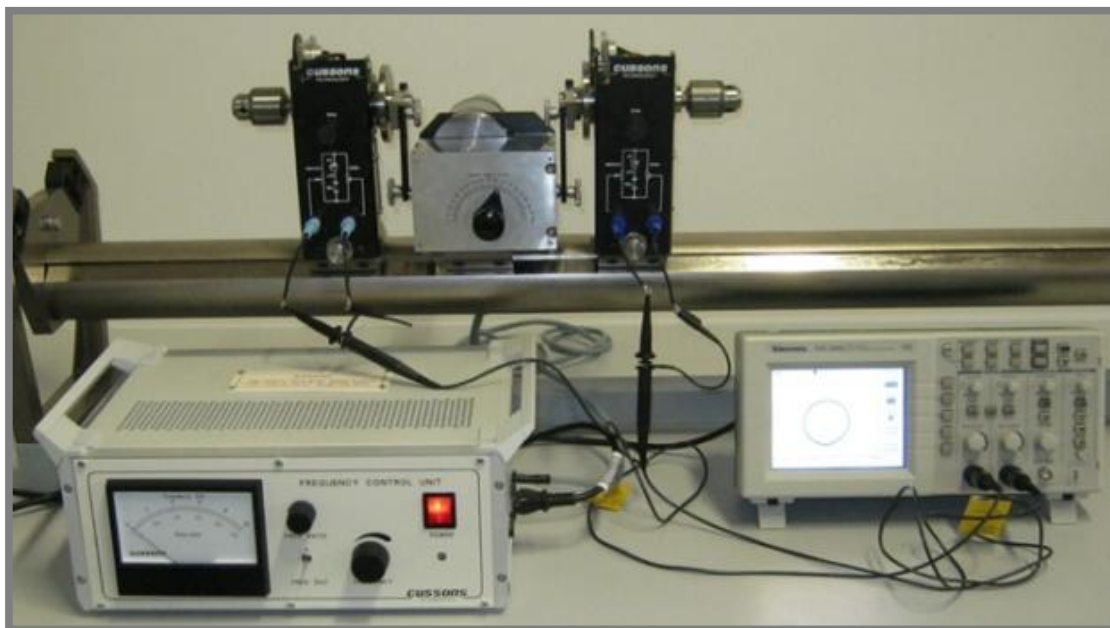
mají stejnou amplitudu (0,77 rad) i frekvenci, liší se pouze fázovým posunem. Ten lze plynule nastavit přímo na budicí jednotce v rozsahu. Bylo zjištěno, že stupnice fázového posunu neodpovídá skutečnosti, je zde rozdíl asi 15°. Optimální nastavení kmitání na budicí jednotce jsou 2 Hz.

Obr. 39 Schéma úlohy č. 6

Obr. 40 Zapojení výukové stanice v úloze č. 6

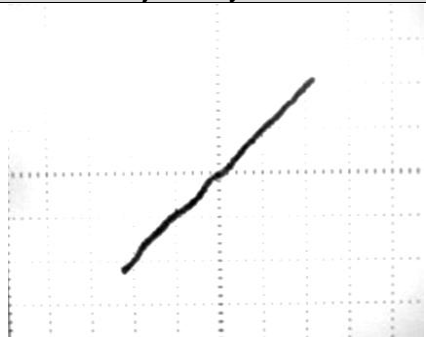
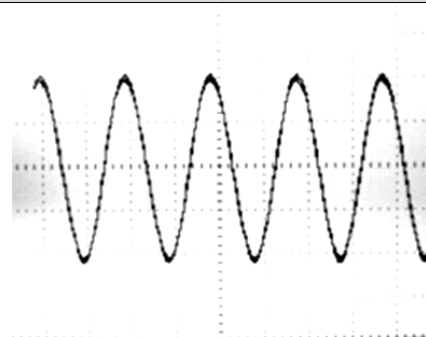
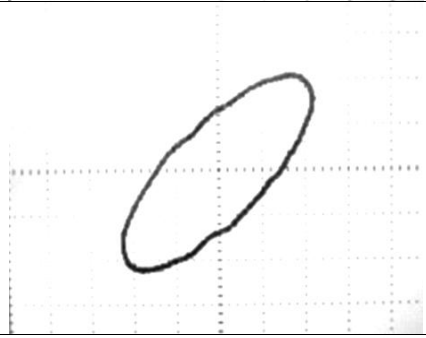
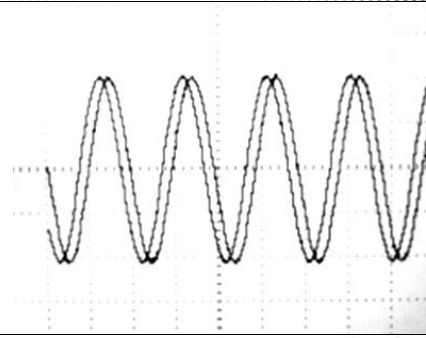
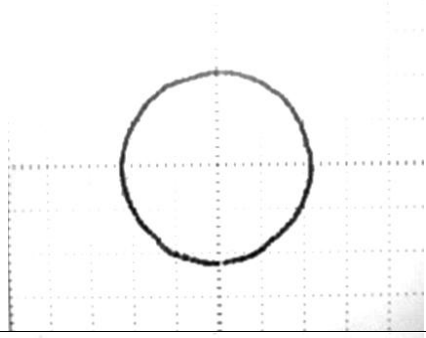
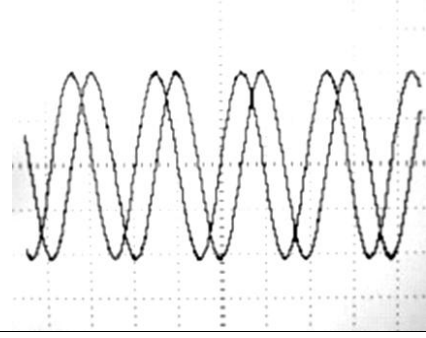
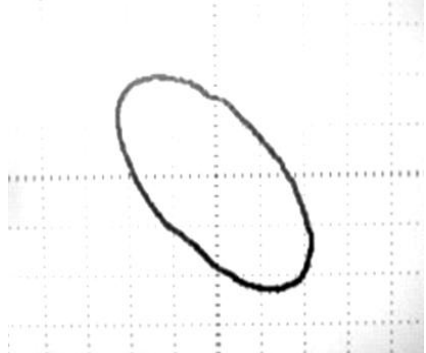
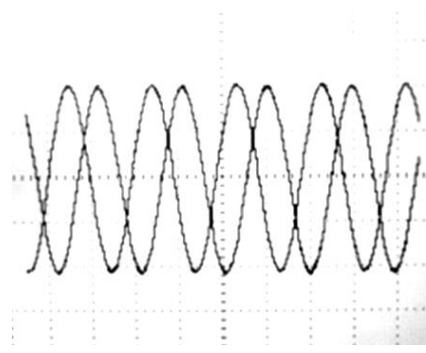
### 5.6.2 Zpracování výsledků měření

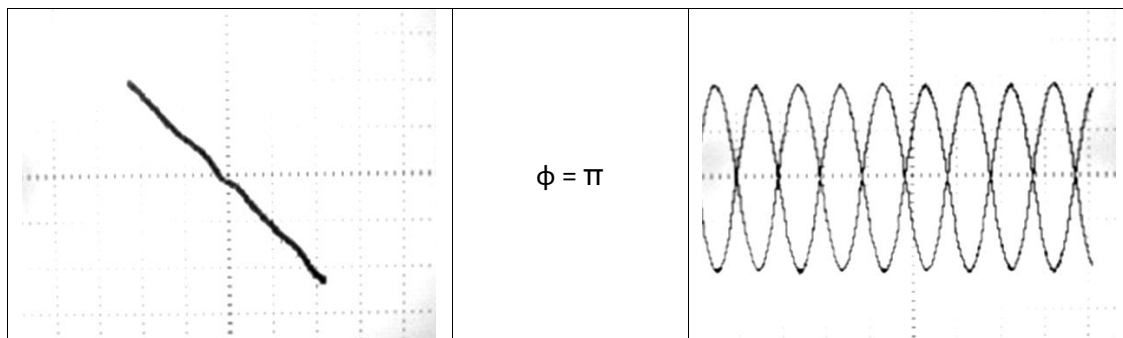
Na osciloskopu lze Lissajousovy obrazce zobrazit pomocí tlačítka „Display“ a dále v menu vybrat formát XY. Je vhodné, aby oba kanály osciloskopu byly nastaveny na hodnotu 50 mV a čas zobrazení 5 s. Měření je prováděno v celém rozsahu změny fázového posunu a ve zvolených hodnotách jsou zaznamenány kmitání ve formátu Lissajousových obrazců i klasicky amplituda v závislosti na čase. Vše je názorně zobrazeno v tab. 19.





**Tab. 19** Experimentálně zjištěné Lissajousovy obrazce pro vybrané fázové posuny

Lissajousovy obrazce	Fázový posun	Klasické zobrazení
	$\phi = 0$	
	$\phi = \pi/4$	
	$\phi = \pi/2$	
	$\phi = 3/4\pi$	

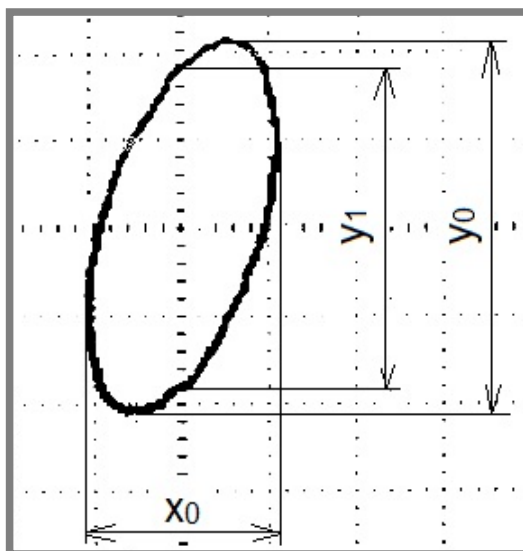


Pomocí Lissajousových obrazců (obr. 41) lze také určit amplitudový poměr kmitání následujícím podílem:

$$\frac{y_0}{x_0} [-]$$

Fázový posun  $\varphi$  podle vztahu:

$$\varphi = \sin^{-1} \frac{y_1}{y_0} [^\circ]$$



Obr. 41 Lissajousův obrazec s kótováním amplitud

### 5.6.3 Závěr a přínos studentům

Lissajousovy obrazce patří k přehledným zobrazením dvou na sebe kolmých kmitání. Snadno z nich lze přesně odečítat amplitudový poměr a fázový posuv. Studenti se seznámí s nejjednoduššími případy Lissajousových obrazců, s poměrem amplitud i frekvence kmitání 1:1 a s fázovým posuvem v rozsahu 0 až  $\pi$ .

## 6 ZÁVĚR, DISKUSE

Předložená diplomová práce se zabývá problematikou torzního kmitání, jeho tlumením a měřením jeho charakteristik. V rámci práce se podařilo odstranit hlavní nedostatky na experimentální stanici pro modelování torzních kmitů, která je umístěna ve výukové laboratoři Ústavu konstruování FSI VUT v Brně. Byl navrhnut a vyroben nový svařený podstavec, který splňuje všechny provozní požadavky. Podařilo se také zrealizovat propojení osciloskopu se snímači úhlového natočení k měření mechanických kmitů na osciloskopu. Byly také zakoupeny další experimentální torzní tyče různých průměrů, čímž se zvětšil rozsah modelování torzních kmitů. Experimentální stanice nakonec prošla celkovou údržbou.

Pro výukové účely byly navrženy experimenty, které se zabývají měřením základních statických a dynamických parametrů torzního systému. Studenti se formou experimentu zapojí do výuky a lépe si tak osvojí problematiku torzních chování těles. Mezi hlavní experimenty patří měření torzní tuhosti a měření momentu setrvačnosti tělesa různými metodami. U složitějších těles někdy nelze analyticky vypočítat moment setrvačnosti, a proto je zde studentům prezentován soubor hned tří experimentálních metod k zjišťování momentu setrvačnosti tělesa. K názorné výuce přechodových stavů torzního systému jsou navrženy experimenty zabývající se měřením přechodové charakteristiky, amplitudové a fázové charakteristiky tlumeného torzního systému. Studenti budou mít možnost porovnat naměřené hodnoty s teoretickými hodnotami získanými výpočtem. Dále byly navrženy dvě doplňkové úlohy. První se zabývající měřením koeficientu tlumení na polorotačním viskózním tlumiči a druhá úloha se věnuje skládáním a zobrazením dvou na sebe kolmých kmitání formou Lissajousových obrazců. Názorně je zde prezentován vznik a účel těchto útvarů. Všechny navržené úlohy byly odzkoušeny a bylo zjištěno, že úlohy jsou příliš časově náročné, především pak přenastavování stanice a odečítání naměřených hodnot z osciloskopu.

Další práce na experimentální stanici bude spočívat ve zprovoznění nového osciloskopu TDS1002C od firmy Tektronix, který již umožňuje propojení stanice s osobním počítačem či notebookem. To povede k rychlejšímu odměřování, k možnosti naměřená data dále digitálně zpracovávat nebo je tisknout. Výstupní data z osciloskopu budou v obrazovém nebo textovém formátu, což zajistí jejich komplexnější zpracovávání. Dále by bylo možné dle potřeby výuky rozšířit sadu torzních tyčí, např. o duté tyče, o tyče z různých materiálů a různých i nekruhových průřezů. Nerealizované experimenty na stanici jsou vícerotorovou soustavu představující např. klikový hřídel. Jak je uvedeno v [20], bylo by nutné pořídit lineární budící jednotku, která umožní buzení přímo na disky.

## 7 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] HOLLIDAY, D. – RESNICK, R. – WALKER, J. *Fyzika*. 1.vyd. Brno: VUTIUM, 2000. 1128 s. ISBN 80-214-1869-9.
- [2] SHIGLEY, J. – MISCHKE, CH. – BUDYNAS, R. *Konstruování strojních součástí*. Brno: VUTIUM, 2010. 1168 s. ISBN 978-80-214-2629-0.
- [3] HLAVÁČ, Z. *Vynucené kmitání soustav s jedním stupněm volnosti*. <<http://www.kme.zcu.cz/download/predmety/293-fst8.pdf>> [cit. 2011-03-25].
- [4] *Torzní pružina*. <[http://cs.wikipedia.org/wiki/Torzn%C3%AD\\_pru%C5%BEina](http://cs.wikipedia.org/wiki/Torzn%C3%AD_pru%C5%BEina)> [cit. 2011-03-24].
- [5] *Železniční nehoda ve Studénce* [online]. c2009, poslední revize 7.3.2011 [cit. 2011-03-20]. <[http://cs.wikipedia.org/wiki/%C5%BDelezni%C4%8Dn%C3%AD\\_nehoda\\_ve\\_Stud%C3%A9nce](http://cs.wikipedia.org/wiki/%C5%BDelezni%C4%8Dn%C3%AD_nehoda_ve_Stud%C3%A9nce)>.
- [6] *Zřícení mostu* [online]. c2008, poslední revize 3.8.2008 [cit. 2011-03-21]. <<http://fyzmatik.pise.cz/69393-videli-jste-nekdy-zriceni-mostu.html>>.
- [7] SUCHÝ, S. *Závěrečná zpráva o odborném zjišťování příčin letecké nehody SLZ M 7 ORNIS* [online]. Praha: ÚZPLN, 2007. [cit. 2011-03-21]. <<http://www.uzpln.cz/zazpr06/z157.pdf>>.
- [8] HAVRANEK, J. *Zvolit automat nebo manuál?* [online] Lidovky.cz, Technická poradna, c2010 [cit. 2011-03-20]. <[http://auto2.lidovky.cz/clanek\\_lidovky.php?id\\_clanek=4524](http://auto2.lidovky.cz/clanek_lidovky.php?id_clanek=4524)>.
- [9] ZOUL, V. a kol. *Torzní vibrace v pohonech a způsob jejich snižování*. 1. vyd. Praha: ČSVTS, 1984. 120 s. ISBN 60-609-84.
- [10] GASCH, R. – PFÜTZNER, H. *Dynamika rotorů*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1980. 164 s. ISBN 04-226-80.
- [11] RAUSCHER, J. *Vozidlové motory*, Studijní opory, VUT FSI v Brně, 2004. 156 s.
- [12] *Dvouhmotový setrvačnický*. Bühl (Německo): LuK, 2008. 31 s.
- [13] BOLEK, A. – KREJČÍ, V. a kol. *Hřídelové spojky*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1967. 532 s. ISBN 04-234-67
- [14] JENČÍK, J. – VOLF, J. a kol. *Technická měření*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2003. 212 s.
- [15] *Přístroje pro měření úhlu natočení*. Blansko: GMC- měřicí technika- Camille Bauer, 2010, 60 s.
- [16] BROŽ, J. a kol.: *Základy fyzikálních měření I*. 1. vyd. Praha: SPN, 1983. 672 s.
- [17] PAUK, J. – KRČMÁŘ, M. *Lissajousovy obrazce* [online] <<http://fyzsem.fjfi.cvut.cz/2008-2009/Zima08/proc/lissa.pdf>> [cit. 2011-03-15].
- [18] *Skládání dvou kolmých kmitů* [online]. <<http://fyzika.jreichl.com/index.php?page=180&sekce=browse>> [cit. 2011-03-25].
- [19] *Vyučovací metody- projektové učení*. <<http://www.infogram.cz/article.do?articleId=1302>> [cit. 2011-04-01].
- [20] *Torsional vibration apparatus P1901*. Manchester: Cussons Technology Ltd., 2005. 84 s. Manuál k experimentální stanici.
- [21] *Torsion Apparatus*. <[http://www.3bscientific.com/torsion-apparatus/torsion-apparatus-u8405740,p\\_83\\_110\\_854\\_8218.html](http://www.3bscientific.com/torsion-apparatus/torsion-apparatus-u8405740,p_83_110_854_8218.html)> [cit. 2011-04-20].

- [22] *Model 205: Torsional plant.*  
<[http://www.ecpsystems.com/dynamics\\_torplant.htm](http://www.ecpsystems.com/dynamics_torplant.htm)> [cit. 2011-04-20].
- [23] *Torsional vibration apparatus TM 140.*  
<[http://www.gunt.de/static/s3695\\_1.php?p1=&p2=&pN=#](http://www.gunt.de/static/s3695_1.php?p1=&p2=&pN=#)> [cit. 2011-04-20].
- [24] *Univera vibration apparatus (TM16).*  
<[http://www.tequipment.com/Theory\\_of\\_Machines/Vibration/TM16.aspx](http://www.tequipment.com/Theory_of_Machines/Vibration/TM16.aspx)>  
[cit. 2011-04-20].
- [25] ŠIMŮNEK, M. *RE: propojení osciloskopu s Pc* [online]. 2.5.2011 14:14 [cit. 2011-05-02]. E-mailová komunikace.
- [25] *Blackburnovo kyvadlo.*  
<<http://fyzika.jreichl.com/index.php?page=28&sekce=browse>> [cit. 2011-03-25].

## 8 SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK, SYMBOLŮ A VELIČIN

$M$ [N·m]	moment sil
$k$ [N·m·rad <sup>-1</sup> ]	torzní tuhost
$\varphi$ [rad, °]	úhlová výchylka, fázový posun
$I$ [kg·m <sup>2</sup> ]	moment setrvačnosti
$\omega$ [rad·s <sup>-1</sup> ]	úhlová rychlost
$\varepsilon, \alpha$ [rad·s <sup>-2</sup> ]	úhlové zrychlení
$T, t$ [s]	čas
$F$ [N]	síla
$b, F$ [N·m·s·rad <sup>-1</sup> ]	koefficient tlumení
$R, r$ [m]	poloměr
$x, y$ [rad, m]	aktuální výchylka kmitání
$A$ [rad, m]	počáteční amplituda
$\pi$ [-]	Ludolfovo číslo
$l$ [m]	délka
$m$ [kg]	hmotnost
$U$ [V]	napětí
$f$ [Hz]	frekvence
$\emptyset, D, d$ [mm]	průměr
$G$ [Pa]	modul pružnosti ve smyku
$g$ [m·s <sup>-2</sup> ]	gravitační konstanta
$1/k$ [rad·N <sup>-1</sup> ·m <sup>-1</sup> ]	torzní poddajnost
$n$ [-]	počet otáček
$a$ [m]	vzdálenost středu disku od osy kývání
$c$ [-]	tlumicí poměr
$\theta$ [°]	úhel

## 9 SEZNAM POUŽITÝCH OBRÁZKŮ

- Obr. 1** Tlumiče torzního kmitání [11]  
**Obr. 2** Dvou-hmotový setrvačnick [12]  
**Obr. 3** Příklady Lissajousových obrazců [18]  
**Obr. 4** Prostá horizontální stanice od firmy 3B Scientific [21]  
**Obr. 5** Prostá vertikální stanice od firmy ECP Systems [22]  
**Obr. 6** Pokročilá horizontální stanice TM140 od firmy GUNT [23]  
**Obr. 7** Universální stanice TM16 od firmy TecQuipment [24]  
**Obr. 8** Součásti experimentální stanice pro modelování torzních kmitů  
**Obr. 9** Osciloskop Tektronix TDS1002  
**Obr. 10** Model podstavce  
**Obr. 11** Nový podstavec pod experimentální stanici  
**Obr. 12** Experimentální stanice s novým podstavcem  
**Obr. 13** Dosedová část podstavce  
**Obr. 14** Nová sada torzních tyčí různých průměrů  
**Obr. 15** Propojovací kolíky spojující snímač natočení s osciloskopem  
**Obr. 16** Schéma měření torzní tuhosti  
**Obr. 17** Vetknutý konec hřídele a aplikovaný moment síly  
**Obr. 18** Graf úhlového natočení v závislosti na aplikovaném závaží  
**Obr. 19** Graf torzní poddajnosti v závislosti na délce hřídele  
**Obr. 20** Schéma měření momentu setrvačnosti  
a) ze zrychlení; b) kýváním; c) torzním kmitáním  
**Obr. 21** Měření momentu setrvačnosti disku zrychlením pomocí závaží  
**Obr. 22** Průběh zrychlování na osciloskopu (diskontinuity)  
**Obr. 23** Měření momentu setrvačnosti disku kýváním na břitu  
**Obr. 24** Měření momentu setrvačnosti pomocí vlastního torzního kmitání  
**Obr. 25** Průběh torzního kmitání na osciloskopu  
**Obr. 26** Schéma měření přechodové charakteristiky  
**Obr. 27** Zapojení experimentální stanice  
**Obr. 28** Přechodové charakteristiky při různě velikém tlumení  
**Obr. 29** Graf závislosti koeficientu tlumení na nastavení tlumiče  
**Obr. 30** Schéma úlohy  
**Obr. 31** Zapojení experimentální stanice  
**Obr. 32** Zapojení klikového mechanismu a budící jednotky  
**Obr. 33** Experimentálně zjištěná amplitudová charakteristika  
**Obr. 34** Experimentálně zjištěná fázová charakteristika  
**Obr. 35** Lissajousův obrazec a odečty hodnot  
**Obr. 36** Schéma úlohy  
**Obr. 37** Zapojení výukové stanice při úloze č. 5  
**Obr. 38** Graf závislosti koeficientu tlumení na nastavení tlumiče  
**Obr. 39** Schéma úlohy č. 6  
**Obr. 40** Zapojení výukové stanice  
**Obr. 41** Lissajousův obrazec s kótováním amplitud

## 10 SEZNAM POUŽITÝCH TABULEK

- Tab. 1** Technické parametry jednotlivých částí experimentální stanice
- Tab. 2** Naměřené hodnoty úhlového natočení
- Tab. 3** Vypočítané hodnoty torní tuhosti, torzní poddajnosti a modulu pružnosti ve smyku.
- Tab. 4** Naměřené hodnoty 10ti otáček disku
- Tab. 5** Naměřené hodnoty 50ti kmitů disku a jejich průměrná hodnota
- Tab. 6** Čas 10ti period, měřeno s hřídelí Ø 6,35 a  $l=1$  m
- Tab. 7** Vypočítané hodnoty momentu setrvačnosti u jednotlivých disků při různém zatížení
- Tab. 8** Vypočítané hodnoty momentu setrvačnosti kýváním
- Tab. 9** Vypočítané hodnoty momentu setrvačnosti pomocí vlastního torzního kmitání
- Tab. 10** Hodnoty momentu setrvačnosti disků pomocí výpočtu
- Tab. 11** Experimentálně zjištěné momenty setrvačnosti disků různými metodami
- Tab. 12** Tabulka tlumících poměrů  $c$  [-] pro určení vhodného nastavení stanice
- Tab. 13** Naměřené hodnoty amplitud kmitání buzené soustavy
- Tab. 14** Naměřené hodnoty fázových zpoždění  $T$  [s] buzené soustavy
- Tab. 15** Přepočet na poměrové veličiny pro amplitudovou charakteristiku
- Tab. 16** Přepočet času fázového zpoždění na úhel  $\theta$  [°]
- Tab. 17** Výsledné hodnoty
- Tab. 18** Naměřené a vypočítané hodnoty
- Tab. 19** Lissajousovy obrazce pro vybrané fázové posuny



## **SEZNAM PŘÍLOH**

Výrobní výkres podstavce

Poster do laboratoře

Výuková prezentace

Zadání úloh

